



Colle du 25/09 - Sujet 1
Logique, raisonnement et trigonométrie

Question de cours.

1. Soit $(a, b) \in \mathbb{R}^2$. Linéariser $\cos(a) \cos(b)$.
2. Donner une démonstration de la valeur de $\cos\left(\frac{\pi}{3}\right)$.

Exercice 1. Soit I un intervalle de \mathbb{R} et $f \in \mathcal{F}(I, \mathbb{R})$. Énoncer en français les assertions suivantes et écrire avec des quantificateurs leurs négations.

1. $\forall x \in I, f(x) \neq 0$.
2. $\forall x \in I, f(x) = 0$.
3. $\exists M \in \mathbb{R}, \forall x \in I, |f(x)| \leq M$.
4. $\forall x \in I, \forall y \in I, f(x) = f(y) \Rightarrow x = y$.

Exercice 2. Déterminer l'ensemble des réels $x \in \mathbb{R}$ tels que $\cos(x) - \cos(3x) + \cos(5x) = 0$.



Colle du 25/09 - Sujet 2
Logique, raisonnement et trigonométrie

Question de cours.

1. Soit $(a, b) \in \mathbb{R}^2$. Développer $\tan(a + b)$.
2. Soit $(p, q) \in \mathbb{R}^2$. Factoriser $\sin(p) \sin(q)$ et démontrer cette formule.

Exercice 1. Déterminer l'ensemble des réels $x \in \mathbb{R}$ tels que $2 \cos^2(2x) - 3 \cos(2x) = -1$.

Exercice 2. Déterminer toutes les applications $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ telles que

$$\forall (x, y) \in \mathbb{R}^2, f(x - f(y)) = 2 - x - y.$$



Colle du 25/09 - Sujet 3
Logique, raisonnement et trigonométrie

Question de cours.

1. Soit $x \in \mathbb{R}$. Linéariser $\sin^2(x)$.
2. Énoncer et démontrer les formules de l'angle moitié.

Exercice 1. Démontrer que pour tout $n \in \mathbb{N}$, $n^2 + 1$ n'est pas un multiple de 4.

Exercice 2. Déterminer l'ensemble des réels $x \in \mathbb{R}$ tels que $\sin\left(3x - \frac{\pi}{5}\right) \cos\left(x + \frac{4\pi}{5}\right) = \sin\left(x + \frac{4\pi}{5}\right) \cos\left(3x - \frac{\pi}{5}\right)$.