



Colle du 20/11 - Sujet 1
Fonctions réelles et usuelles

Question de cours.

1. Soit $n \in \mathbb{N}$. Démontrer que $x \mapsto x^n$ est dérivable sur \mathbb{R} .
2. Démontrer la valeur de $\lim_{x \rightarrow -\infty} |x|^b e^{ax}$.

Exercice 1.

1. Résoudre le système
$$\begin{cases} x^2 - y^2 = 12 \\ \ln(x) + \ln(y) = \ln(2) \end{cases} .$$
2. Résoudre l'équation $\ln(|x|) + \ln(|x+1|) = 0$.

Exercice 2. Soit $n \in \mathbb{N}^*$. Démontrer que pour tout $x \in \mathbb{R}_+$,

$$e^x \geq \sum_{k=0}^n \frac{x^k}{k!}.$$



Colle du 20/11 - Sujet 2
Fonctions réelles et usuelles

Question de cours. Énoncer et démontrer la Formule de Leibniz.**Exercice 1.**

1. Montrer que pour tout $t \in]-1; +\infty[$, $\ln(1+t) \leq t$.
2. En déduire que pour tout $t \in]-1; +\infty[$, $\ln(1+t) \geq \frac{t}{1+t}$.

Exercice 2. Soit $f : x \mapsto \sqrt{\frac{x-1}{2-x}}$.

1. Étudier la fonction f .
2. Démontrer que f est bijective sur son ensemble de définition et déterminer g sa réciproque.
3. Dérivée g de deux façons.



Colle du 20/11 - Sujet 3
Fonctions réelles et usuelles

Question de cours.

1. Démonstration de la propriété $\ln(xy) = \ln(x) + \ln(y)$ et de $\ln(1/x) = -\ln(x)$.
2. Démontrer la valeur de $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{\ln^a(x)}{x^b}$.

Exercice 1. Soient $f : x \mapsto x^2$ et $g : x \mapsto \frac{1}{x}$. Démontrer qu'il existe une unique droite T qui est à la fois une tangente de f et à la fois une tangente de g .

Exercice 2. Soit $f : x \mapsto \frac{x^2-2}{(x-1)^2}$.

1. Etudier la fonction f .
2. Montrer que f définit une bijection sur $] -\infty; 1[$ et calculer sa réciproque.