Les erreurs du DS2, Partie II

Dans les énoncés ci-dessous, trouver l'erreur, la corriger, donner si possible un contre-exemple et ne plus jamais faire une telle erreur. L'erreur peut-être une rédaction insuffisante.

Toute ressemblance avec des faits existants ou ayant existé n'est aucunement fortuite.

• **Erreur 1.**
Soit $a \in \mathbb{C}$ tel que $\overline{a} = -a^4$. On a alors $\overline{a}^2 = -\left(a^4\right)^2$.

....

....

....

• **Erreur 2.**
Soit z une racine $10^{\text{ième}}$ de l'unité. On a $z = \left\{ \mathrm{e}^{i\frac{2k\pi}{10}} \;\middle|\; k \in \{0, \dots, 9\} \right\}$.

....

....

....

• **Erreur 3.**
Soit $a = \mathrm{e}^{i\frac{\pi}{5}}$. Par Euler, $2\cos\left(\frac{\pi}{5}\right) = a + \overline{a}$.

....

....

....

• **Erreur 4.**
Posons $X = \cos\left(\frac{\pi}{5}\right)$. Alors par la formule de Moivre, $\cos\left(\frac{2\pi}{5}\right) = X^2$.

....

....

....

• **Erreur 5.**
Le complexe b vérifie $b \in \mathbb{U}_5$. Par conséquent, $1 + b + b^2 + b^3 + b^4 = 0$.

....

....

....

• **Erreur 6.**
Posons $a = \mathrm{e}^{i\frac{\pi}{5}}$. On a $(-a)^m = 1 \quad \Leftrightarrow \quad \mathrm{e}^{i\frac{m\pi}{5}} = -1$.

....

....

....

• **Erreur 7.**
Soit $a = \mathrm{e}^{i\frac{\pi}{5}}$. On a $\overline{a} = \frac{1}{a}$ car a est une racine n-ième.

. . . .

. . . .

. . . .

• **Erreur 8.**
Soit f une fonction $\mathscr{D}_f \to \mathbb{C}$ où $\mathscr{D}_f$ est son ensemble de définition : $\mathscr{D}_f \subseteq \mathbb{C}$. La négation de l'assertion :

$$\forall z \in \mathbb{C} \setminus \left\{\frac{1}{2}\right\},\ \exists! \omega \in \mathscr{D}_f,\ f(\omega) = z$$

est

$$\exists z \in \mathbb{C} \setminus \left\{\frac{1}{2}\right\},\ \forall (\omega_1, \omega_2) \in \mathscr{D}_f^2,\ \left[f(\omega_1) = f(\omega_2) = z \ \Rightarrow\ \omega_1 = \omega_2\right].$$

. . . .

. . . .

. . . .

• **Erreur 9.**
Soit z un complexe différent de $\frac{1}{2}$. on a les équivalences suivantes :

$$\left|\frac{z-2}{2z-1}\right| \quad \Leftrightarrow \quad \frac{|z-2|}{|2z-1|} = 1 \quad \Leftrightarrow \quad \frac{|z|+2}{2|z|+1} = 1 \quad \Leftrightarrow \quad |z| + 2 = 2|z| + 1 \quad \Leftrightarrow \quad |z| = 1.$$

. . . .

. . . .

. . . .

• **Erreur 10.**
Soit f $\mathbb{C} \to \mathbb{C}$. Pour tout $z \in \mathbb{U}$, on a les équivalences suivantes :

$$f(z) \in \mathbb{R} \quad \Leftrightarrow \quad \overline{f(z)} = f(z) \quad \Leftrightarrow \quad f(\overline{z}) = f(z) \quad \Leftrightarrow \quad [\ldots] \quad \Leftrightarrow \quad 0 = 0.$$

Conclusion, si $z \in \mathbb{U}$, alors $f(z) \in \mathbb{R}$.

. . . .

. . . .

. . . .

• **Question 11.**
Conjuguer le verbe résoudre à la troisième personne du singulier du présent de l'indicatif.

. . . .

• **Erreur 12.**
Soient $(a, b, a', b') \in \mathbb{C}^4$, on a

$$\begin{cases} a \neq a' \\ b \neq b' \end{cases} \quad \Rightarrow \quad ab \neq a'b'.$$

. . . .

. . . .

. . . .

• **Erreur 13.**
Soit $f : \mathscr{D}_f \to \mathbb{C}$ où $\mathscr{D}_f$ est l'ensemble de définition de $f : \mathscr{D}_f \subseteq \mathbb{C}$. Pour tout $z \in \mathscr{D}_f$, on a

$$f \circ f(z) = z \qquad \Leftrightarrow \qquad f \circ f \circ f(z) = f(z).$$

. . . .

. . . .

. . . .

• **Erreur 14.**
On considère l'équation suivante d'inconnue z un complexe :

$$2z^3 + (-1+8i)\, z^2 + (-7+2i)\, z - 3 - 3i = 0. \tag{E_1}$$

On a alors

$$E_1\left(-\frac{1}{2}\right) = 2\left(-\frac{1}{8}\right)^3 + (-1+8i)\left(-\frac{1}{2}\right)^2 + (-7+2i)\left(-\frac{1}{2}\right) - 3 - 3i = [\ldots] = 0.$$

. . . .

. . . .

. . . .

• **Conseil 15.**
Citer les questions que l'on utilise même s'il s'agit de la question précédente.

• **Conseil 16.**
Sauf de rares exceptions, les abréviations ne sont pas autorisées. Bannir MQ, tq, solut^o, ssi et autres massacres de la langue française qui ne témoignent que de la paresse du candidat d'écrire le mot en entier (je ne veux rien entendre, votre professeur lui peut être aussi massacrant et paresseux qu'il le souhaite au tableau).

• **Conseil 17.**
Commencer vos réponses par une phrase et non un calcul. Même s'il s'agit juste de *On a* par exemple.

• **Conseil 18.**
Savoir être efficace en logique.

- Le raisonnement par l'absurde n'est pas toujours judicieux et peut même certaines fois compliquer la résolution.
- Pour montrer $A \Rightarrow B$ il est tout à fait inutile de parler de $\overline{A}$. On suppose A et on montre alors que B est vrai.

• **Conseil 19.**
Soigner votre écriture. J'ai vu des f ressemblant à des j, des 2 ressemblant à des z (beaucoup), des z ressemblant à des 4, j'ai même vu des i ressemblant à des ω (si si !).