

Interrogation 4 d'entraînement Fonctions réelles

1. **Ensemble de définition.** Voir exercice 1 TD6.
2. **Ensemble image et ensemble image réciproque.**
 - (a) Soit $f : x \mapsto 2x^2 + 1$. Déterminer $f([4; 6])$ et $f^{-1}([-2; 2])$.
 - (b) Soit $f : x \mapsto \ln(3 - x) + 4$. Déterminer $f([-7; -3/4])$ et $f^{-1}([5; 11])$.
 - (c) Soit $f : x \mapsto 2 \cos(x + \frac{7\pi}{4})$. Déterminer $f([\frac{\pi}{4}; \frac{3\pi}{4}])$ et $f^{-1}([0; -1])$.
 - (d) Soit $f : x \mapsto 4 - 7x^2$. Déterminer $f([-4; 1])$ et $f^{-1}([2; -5])$.
 - (e) Soit $f : x \mapsto e^{5x+2} - 2$. Déterminer $f([0; 8])$ et $f^{-1}([-7; -6])$.
3. **Graphe.** Voir exercice 5 TD6.
4. **Parité.** Voir exercice 6 TD6.
5. **Monotonie.** Sans dériver, justifier la monotonie (dire lorsqu'elle est stricte) des fonctions suivantes.
 1. Sur $] -\frac{\pi}{2}; \frac{\pi}{2} [$, $x \mapsto e^{\tan^2(x)}$.
 2. Sur \mathbb{R}_+^* , $x \mapsto \ln(x) + 4x^2 + 5$
 3. Sur $] -1/3; +\infty [$, $x \mapsto \frac{4}{\sqrt{3x+1}}$
 4. Sur \mathbb{R} , $x \mapsto 5e^{-3x}$
 5. Sur $] \frac{\pi}{12}; \frac{\pi}{6} [$, $x \mapsto \sin(-6x)$
 6. Sur \mathbb{R} , $x \mapsto -5 - 2x + (7 - x)^3$
6. **Majoration/Minoration.** Dans chacun des cas majorer et minorer la fonction.
 1. Sur \mathbb{R} , $x \mapsto 3 - \cos(x) - e^{-x}$.
 2. Sur $[-4; -3]$, $x \mapsto \ln(3 - x) - 4x + \tan(x)$
 3. Sur $[0; 1]$, $x \mapsto \frac{4x+2}{7x+1}$
 4. Sur $[0; 10]$, $x \mapsto \sqrt{3x+2} \cos(4x)$
7. **Dérivation.**
8. **Tangente.**
 - (a) Déterminer en justifiant l'équation de la tangente à $x \mapsto \sqrt{\ln(x-5)}$ au point $x = 8$.
 - (b) Déterminer en justifiant l'équation de la tangente à $x \mapsto 7e^{\sin(4x)} + \frac{3}{x}$ au point $x = 1$.
 - (c) Déterminer en justifiant l'équation de la tangente à $x \mapsto 3x^2 \tan(6x)$ au point $x = 0$.
 - (d) Déterminer en justifiant l'équation de la tangente à $x \mapsto \frac{5x+2}{\ln(x)+2}$ au point $x = 1$.
 - (e) Déterminer en justifiant l'équation de la tangente à $x \mapsto e^{\cos(\sqrt{3x})}$ au point $x = 7$.
9. **Injection/surjection/bijection.** Voir exercice 13 TD6.
10. **Théorème des valeurs intermédiaires.** Appliquer le théorème des valeurs intermédiaires pour résoudre les équations suivantes.
 1. Sur $[0; \pi/2]$, $\sin(4x) + 5x^2 = 2$.
 2. Sur $]0; \frac{1}{4}]$, $x \mapsto \ln(4x) + e^{5x} = 1$.
 3. Sur $[0; +\infty]$, $x \mapsto \left(\frac{1}{5\sqrt{x+3}}\right)^2 = \frac{1}{10}$
 4. Sur $[0; +\infty]$, $x \mapsto 4 \tan\left(\frac{x}{2}\right) = 2018$
11. **Théorème de la bijection.** Énoncer le théorème de la bijection pour la fonction
 1. logarithme
 2. \sin sur $[-\frac{\pi}{2}; \frac{\pi}{2}]$
 3. $x \mapsto x^7 + x^3 + 1$ sur \mathbb{R}_+
 4. $x \mapsto \frac{1}{x+4} + 7$ sur $] -\infty; -4[$.
12. **Énoncer le théorème de dérivation de la fonction réciproque.**