



Interrogation 5 d'entraînement Fonctions usuelles

1. **Manipuler le logarithme.** Etudier le domaine de définition si besoin puis développer les expressions suivantes.

1. $\ln(e^x \ln(\sqrt{7-x}))$

2. $\ln\left(\tan\left(\frac{x}{2}\right)^2\right)$

3. $\ln\left(\sum_{k=0}^n 3^k\right), n \in \mathbb{N}.$

4. $\ln(7^n \times \sqrt[5]{2}) + \ln\left(\frac{8^n}{7^{1/4}}\right), n \in \mathbb{N}.$

2. **Manipuler l'exponentielle.** Calculer

1. $(e^2)^{4 \ln(2)} \left((e^{-3})^{\ln(2)}\right)^2$

2. $\left(\frac{\left(e^a e^{\frac{1}{e}}\right)^a}{e^{\frac{a}{b}}}\right)^{bc}$

3. $\prod_{k=0}^n e^{k^2}$

3. **Ensemble de définition des puissances.** Soient a un réel strictement positif, b un réel et n un entier naturel strictement négatif. Dans chaque cas, déterminer l'ensemble de définition de la fonction.

1. $x \mapsto a^{x^n}$

2. $x \mapsto (\lfloor x \rfloor)^2)^a$

3. $x \mapsto (bx)^b$

4. **Résoudre une équation sur les puissances.** Voir l'exercice 4 du TD7.

5. **Formule sur les fonctions hyperboliques.** Ecrire la formule demandée puis la démontrer à l'aide de la définition des fonctions hyperboliques.

(a) Soit $(p, q) \in \mathbb{R}^2$. Factoriser $\operatorname{ch}(p) - \operatorname{ch}(q)$.

(b) Soit $x \in \mathbb{R}$. Linéariser $\operatorname{sh}^2(x)$.

(c) Soient $(a, b) \in \mathbb{R}^2$. Linéariser $\operatorname{sh}(a) \operatorname{ch}(b)$.

6. **Dériver à partir des fonctions usuelles.** Soient $a \in \mathbb{R}, a > 0, a \neq 1$ et $b \in \mathbb{R}, b > 0, b \neq 1$. Etudier le domaine de dérivabilité puis dériver les fonctions suivantes.

1. $x \mapsto a^{\log_a(12x+1)}$

2. $x \mapsto a^{(5x-2)^4 \ln(3x)}$

3. $x \mapsto \log_a(\sqrt{3x-1}) \sqrt[3]{x-5}$

7. **Calcul de limite et croissance comparée.** Voir les exercices 6 et 7 du TD7.

8. **Transformation d'un graphe d'une fonction élémentaire.** Déterminer comment l'on obtient de le graphe de la fonction à partir d'une fonction élémentaire (on ne prendra ni l'exponentielle en base a ni le logarithme en base a comme fonction de référence).

1. $x \mapsto a^x$, avec $a > e$

2. $x \mapsto -\operatorname{ch}(x) + 3$

3. $x \mapsto \log_a(3x)$ avec $1 < a < e$

9. **Révision de l'interrogation 4.**