



Programme de colles 01

Logique, raisonnement et trigonométrie

Quinzaine du 17 au 30 septembre

Logique et raisonnement

1. Valeur de vérité d'une assertion, négation, connecteurs logique ET et OU.
2. Lois de Morgan, propriétés des connecteurs logiques (commutativité, associativité, distributivité).
3. Implication, contraposée, réciproque, équivalence.
4. Prédicats, quantificateurs universel et existentiel. Les étudiants doivent être capables de traduire un énoncé en français en une assertion mathématiques et réciproquement. Non commutativité et négation des quantificateurs.
5. Méthodes de raisonnements : par raisonnement direct, contraposée, disjonctions de cas, double implications, raisonnement par analyse-synthèse.
6. Démonstration par récurrence, simple, double ou forte.

Trigonométrie

1. Définition géométrique du radian, du cosinus et du sinus. Définition de la fonction tangente comme le rapport du sinus par le cosinus. Ensemble de définition de la fonction tangente.
2. Propriétés des fonctions cosinus, sinus et tangente : parité, périodicité, signe, dérivabilité, dérivées, variations.
3. Valeurs particulières des fonctions trigonométriques. Les étudiants doivent être capables d'étendre les valeurs du premier quart de cercle au reste du cercle et de connaître (ou retrouver rapidement) les formules associées.
4. Limites remarquables :

$$\lim_{\substack{h \rightarrow 0 \\ h \neq 0}} \frac{\sin(h)}{h} = 1, \quad \lim_{\substack{h \rightarrow 0 \\ h \neq 0}} \frac{1 - \cos(h)}{h^2} = \frac{1}{2}, \quad \lim_{\substack{h \rightarrow 0 \\ h \neq 0}} \frac{\tan(h)}{h} = 1.$$

NB : les démonstrations n'ont été données que sur polycopié sur des considérations géométriques et n'ont pas été détaillées en cours.

5. Formulaire : $\cos(a \pm b)$, $\sin(a \pm b)$, $\tan(a + b)$, formules de linéarisation $\cos(a) \cos(b)$, $\sin(a) \sin(b)$, $\cos(a) \sin(b)$, cas où $a = b$, formules de factorisation $\cos(p) \pm \cos(q)$, $\sin(p) \pm \sin(q)$.
6. Formules de l'angle moitié.
7. Introduction aux congruences, définition $x \equiv y [\alpha]$, compatibilité avec l'addition et la soustraction.
8. Résolution d'équations et d'inéquations trigonométriques.
9. APRES LUNDI 17/09 : forme polaire de $a \cos(\theta) + b \sin(\theta)$ en donnant l'écriture $A \cos(\theta - \varphi)$.

Questions de cours

Interroger chaque étudiant sur une formule de trigonométrie puis sur une des démonstrations suivantes :

1. Montrer que $\sqrt{2}$ est irrationnel.
2. Calcul de $\cos\left(\frac{\pi}{3}\right)$.
3. Dérivabilité du cosinus à l'aide des limites remarquables.
4. Démontrer une des formules de factorisation.
5. Démontrer les formules de l'angle moitié.