Programme de colles 13
Séries numériques et probabilités

Quinzaine du 15 Avril au 12 Mai

Séries numériques

1. Définitions : série, terme général d'une série, somme partielle, convergence, divergence, somme totale.
2. Deux séries qui coïncident à partir d'un certain rang ont même nature.
3. En cas de convergence, définition du reste d'ordre n. $R_n = S - S_n$ et $R_n \underset{n\to+\infty}{\longrightarrow} 0$.
4. En cas de convergence, le terme général tend vers 0. Divergence grossière. Réciproque fausse.
5. L'ensemble des séries convergentes est un espaces vectoriels. Linéarité de la somme.
6. Séries géométriques, séries télescopiques.
7. Théorème de comparaison série-intégrale. Séries de Riemann.
8. Séries à termes positifs : théorème de comparaison.
9. Deux séries à termes positifs dont les termes généraux sont équivalents ont même nature. Les étudiants doivent savoir aussi traiter les cas des termes généraux négligeables ou dominés mais toujours en se ramenant au théorème de comparaison.
10. Convergence absolue : définition, CVA $\Rightarrow$ CV, inégalité triangulaire de la somme.

Probabilités

1. Définition d'un univers, d'un évènement, d'un évènement élémentaire, d'une issue.
2. Définition d'une probabilité sur un univers fini et d'un espace probabilisé.
3. Evènements impossibles/négligeables, certains, incompatibles.
4. Probabilité du complémentaire, de l'union (quelconque), croissance de la probabilité.
5. Système complet d'évènements incompatibles. Probabilité de l'union d'un s.c.e.i.
6. Existence et unicité d'une proba définie sur les singletons uniquement.
7. Probabilité uniforme/équiprobable. Définition, calcul d'une probabilité d'un évènement à l'aide des cardinaux.
8. Probabilité conditionnelle. Définition de $\mathbb{P}_B(A)$ ou $\mathbb{P}(A \mid B)$. L'application $\mathbb{P}_B$ est une probabilité sur Ω.
9. Formule des probabilités composées, des probabilités totales. Formule de Bayes
10. *Attention ce point ne sera vu en cours que lundi 15/04 !* Indépendance : définition pour deux évènements. Indépendance deux à deux pour une famille et indépendance mutuelle pour une famille d'évènements.

Questions de cours

1. Enoncer et démontrer le théorème de comparaison.
   La démonstration pourra être donnée lorsque l'inégalité sur les termes généraux est vraie dès l'indice $n_0 = 0$.
2. Deux séries à termes positifs dont les termes généraux sont équivalents ont même nature.
3. Montrer que si deux probabilités coïncident sur les singletons alors les probabilités sont égales.
4. Montrer que si B n'est pas négligeable alors $\mathbb{P}_B$ est une probabilité.