



## Exercice Hiver 07 Continuité-dérivabilité

**Exercice 1** Soit  $f$  une fonction de  $\mathbb{R}_+$  dans  $\mathbb{R}_+$  qui tend vers 0 en  $+\infty$ . Déterminer la nature de  $u_n = \frac{f(n)}{n^{3/2}}$ .

**Exercice 2** Soit  $f : ]0; 1[ \rightarrow \mathbb{R}$  dérivable sur  $]0; 1[$  telle que  $f(0) = f(1) = f'(0) = 0$ . On pose également

$$g : \begin{array}{l} ]0; 1[ \rightarrow \mathbb{R} \\ x \mapsto \frac{f(x)}{x} \end{array} .$$

1. Montrer que  $g$  est prolongeable par continuité en 0. On note encore  $g$  la nouvelle fonction prolongée. Préciser  $g(0)$ .
2. Montrer qu'il existe  $c \in ]0; 1[$  tel que  $g'(c) = 0$ .
3. Montrer que la tangente à la courbe représentative de  $f$  en  $c$  passe par l'origine.