



## Exercice Printemps 07 Intégration - Probabilités

**Exercice 1** Pour tout  $n \in \mathbb{N}^*$ , on pose

$$J_n = \int_0^\pi \sin(x) \left( \frac{1}{1 + \frac{x}{n}} - 1 \right) dx \quad \text{et} \quad I_n = \int_0^{\frac{\pi}{n}} n \frac{\sin(nu)}{1+u} du.$$

1. Montrer que

$$\lim_{n \rightarrow +\infty} J_n = 0.$$

2. En déduire la limite de  $(I_n)_{n \in \mathbb{N}^*}$ .

**Exercice 2** On lance un dé équilibré à 6 faces. Si l'on obtient une chiffre entre 1 et 4 on gagne 1 et si l'on obtient 5 ou 6 on gagne deux points. On joue  $n \in \mathbb{N}^*$  fois et l'on note  $X_n$  le nombre de fois où l'on a obtenu 5 ou 6 et  $G_n$  le nombre de points total obtenus.

1. Calculer  $\mathbb{P}(G_n = n)$  et  $\mathbb{P}(G_n = 2n)$ .
2. Préciser la loi de  $X_n$ .
3. Donner une formule reliant  $G_n$  à  $X_n$ .
4. En déduire la loi de  $G_n$ .