



## Exercice Printemps 10

### Polynômes - Intégration

**Exercice 1** Soit  $P = X^4 - 2X^3 + 3X^2 - 2X + 1$ .

1. Effectuer la division euclidienne de  $P - X^4$  par  $P'$ .
2. En déduire les racines communes à  $P$  et  $P'$ . On les exprimera en fonction de  $j$  et  $j^2$ .
3. Déterminer la factorisation de  $P$  dans  $\mathbb{C}[X]$  puis dans  $\mathbb{R}[X]$ .

**Exercice 2** Soit  $\varphi : x \mapsto \int_x^{x^2} \frac{dt}{\arcsin(\sqrt{|t|})}$ .

1. Déterminer le domaine de définition de  $\varphi$ .
2. Montrer que  $\varphi$  est  $\mathcal{C}^1$  sur son domaine de définition et préciser  $\varphi'$ .
3. Montrer que  $\varphi$  est prolongeable par continuité en 0. *On pourra utiliser que  $\arcsin(t) \geq t$  pour tout  $t \in [0; 1[$ .*