



Exercice Printemps 10

Polynômes - Intégration

Exercice 1 Soit $P = X^4 - 2X^3 + 3X^2 - 2X + 1$.

1. Effectuer la division euclidienne de $P - X^4$ par P' .
2. En déduire les racines communes à P et P' . On les exprimera en fonction de j et j^2 .
3. Déterminer la factorisation de P dans $\mathbb{C}[X]$ puis dans $\mathbb{R}[X]$.

Exercice 2 Soit $\varphi : x \mapsto \int_x^{x^2} \frac{dt}{\arcsin(\sqrt{|t|})}$.

1. Déterminer le domaine de définition de φ .
2. Montrer que φ est \mathcal{C}^1 sur son domaine de définition et préciser φ' .
3. Montrer que φ est prolongeable par continuité en 0. *On pourra utiliser que $\arcsin(t) \geq t$ pour tout $t \in [0; 1[$.*