

**Interrogation 24**  
**Applications linéaires I**

**Nom/Prénom :**

**Note :**

1. (a) Définir et caractériser une symétrie.

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

(b) Caractériser l'injectivité et la surjectivité d'une application linéaire.

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

(c) Définir la somme de deux espaces vectoriels.

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

2. L'application  $\varphi : \begin{array}{l} \mathcal{M}_2(\mathbb{C}) \rightarrow \mathbb{C} \\ \begin{pmatrix} a & b \\ c & d \end{pmatrix} \mapsto ad - bc \end{array}$  est-elle linéaire ?

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

3. On identifie polynôme et fonction polynomiale. Soit  $f : \begin{array}{l} \mathbb{R}_2[X] \mapsto \mathbb{R} \\ P \rightarrow \int_0^2 P(t) dt \end{array}$ . On admet que  $f$  est linéaire. Déterminer le noyau de  $f$ . L'application  $f$  est-elle injective ?

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

4. Soient  $A = \begin{pmatrix} 1 & 1 & -3 & 3 \\ 2 & 0 & -5 & 4 \\ 1 & -1 & -2 & 1 \end{pmatrix}$  et  $\varphi : \begin{matrix} \mathbb{R}^4 & \mapsto & \mathbb{R}^3 \\ \begin{bmatrix} x \\ y \\ z \\ t \end{bmatrix} & \rightarrow & A \begin{bmatrix} x \\ y \\ z \\ t \end{bmatrix} \end{matrix}$ . On admet que  $\varphi$  est linéaire. Déterminer  $\text{Im}(\varphi)$ .

L'application  $\varphi$  est-elle surjective ?

.....  
.....  
.....  
.....  
.....  
.....  
.....  
.....  
.....  
.....  
.....  
.....  
.....  
.....  
.....  
.....  
.....  
.....  
.....  
.....  
.....  
.....

5. Soient  $\alpha \in \mathbb{R}$  et pour tout  $n \in \mathbb{N}^*$ ,  $u_n = n^\alpha \left[ \ln \left( 1 + \frac{1}{n} \right) - \ln \left( 1 + \arctan \left( \frac{1}{n} \right) \right) \right]$ . Déterminer suivant la valeur de  $\alpha$  la nature de  $\sum_{n \in \mathbb{N}^*} u_n$ .

.....  
.....  
.....  
.....  
.....  
.....  
.....  
.....  
.....  
.....  
.....  
.....  
.....  
.....  
.....  
.....  
.....  
.....  
.....  
.....  
.....  
.....