

Exercice Printemps 04

Séries, Algèbre linéaire

Exercice 1

1. Soit $x > 0$. Déterminer suivant les valeurs de x de la nature de la série $\sum_{n \in \mathbb{N}} n^2 x^n$.
2. Soit $x \in]-1; 0[$. Déterminer la nature de la série $\sum_{n \in \mathbb{N}} n^2 x^n$.
3. Soit $x \in]0; 1[$.
 - (a) A l'aide d'un changement d'indice, calculer

$$\sum_{k=0}^{+\infty} kx^k.$$

- (b) En déduire la somme

$$\sum_{k=0}^{+\infty} k^2 x^k.$$

Exercice 2 Soit $f : \mathbb{R}_1[X] \rightarrow \mathbb{R}_1[X]$
 $P = aX + b \mapsto (-3a + 2b)X - 4a + 3b$. Montrer que f est une symétrie et déterminer ses éléments caractéristiques.