

Colle du 07/10 - Sujet 1
Courbes et équations différentielles

Question de cours

1. Donner les solutions d'une équation différentielle homogène d'ordre 2.
2. Démontrer l'ensemble des solutions d'une équation différentielle d'ordre 1 homogène.

Exercice 1. Tracer l'arc paramétré par $\gamma(t) = \left(\frac{1-t^2}{1+t^2}, \frac{t-t^3}{1+t^2}\right)$.

Exercice 2. Soit (E) l'équation différentielle $(t^2 + 1)y'' = 2y$.

1. Déterminer les polynômes solutions de (E) .
2. En déduire les solutions de (E) .

Colle du 07/10 - Sujet 2
Courbes et équations différentielles

Question de cours

1. Énoncer le théorème de Cauchy linéaire pour une équation différentielle d'ordre 2.
2. Présenter la méthode de variation de la constante pour rechercher une solution particulière à une EDL d'ordre 1.

Exercice 1. Résoudre l'équation différentielle $\forall x \in \mathbb{R}_+^*, x(x+1)y'(x) + y(x) = \arctan(x)$.

Exercice 2. Étudier l'arc paramétré par $\gamma(t) = \left(\frac{t}{1+t^3}, \frac{t^2}{1+t^3}\right)$.

Colle du 07/10 - Sujet 3
Courbes et équations différentielles

Question de cours

1. Définir et donner l'équation cartésienne d'une tangente à une courbe.
2. Démontrer l'expression cartésienne d'une tangente à une courbe représentative d'une fonction f .

Exercice 1. Tracer l'arc paramétré par $\gamma(t) = (t^2, 2t)$.

Exercice 2. Résoudre dans $\mathbb{R}$ le système d'équations différentielles suivant :

$$(S) : \begin{cases} x' = y + e^{-t} \\ y' = -x + e^t \end{cases}$$