

TRIVIAL POURSUITE MATHÉMATIQUE

07 Avril 2015

- 1 Calcul Différentiel
- 2 Extrema
- 3 Suites et Séries de Fonctions
- 4 Séries Entières
- 5 Questions de cours
- 6 Le Pictionamaths

Calcul Différentiel, Q1

Calcul Différentiel, Q1

Déterminer les fonctions $f \in \mathcal{C}^1(\mathbb{R}^2, \mathbb{R})$ solutions du système suivant :

$$\frac{\partial f}{\partial x}(x, y) = \frac{x}{x^2 + y^2} \quad \text{et} \quad \frac{\partial f}{\partial y}(x, y) = \frac{-y}{x^2 + y^2}.$$

Calcul Différentiel, Q2

Calcul Différentiel, Q2

Soit $f \in \mathcal{C}^1(\mathbb{R}, \mathbb{R})$ telle que

$$\forall x \in \mathbb{R}, \quad |f'(x)| < 1.$$

Le Jacobien de l'application $\varphi : \mathbb{R}^2 \rightarrow \mathbb{R}^2$ définie par

$$\forall (x, y) \in \mathbb{R}^2, \quad \varphi(x, y) = (y + f(x), x + f(y))$$

est-il inversible ?

Calcul Différentiel, Q3

Calcul Différentiel, Q3

Étudier la continuité de la fonction $f : \mathbb{R}^2 \rightarrow \mathbb{R}^2$ définie par

$$f(x, y) = \begin{cases} \left((x^2 + y^2) \sin \left(\frac{1}{\sqrt{x^2 + y^2}} \right), \frac{(x-1)^3 - (y-1)^3}{(x-1)^2 + (y-1)^2} \right) & \text{si } (x, y) \in \mathbb{R}^2 \setminus \{(0, 0), (1, 1)\}, \\ (1, 0) & \text{si } (x, y) = (0, 0), \\ \left(2 \sin \left(\frac{1}{\sqrt{2}} \right), 0 \right) & \text{si } (x, y) = (1, 1). \end{cases}$$

Calcul Différentiel, Q4 et Q5

Calcul Différentiel, Q4 et Q5

On munit \mathbb{R}^n de sa structure euclidienne et de sa norme euclidienne, $N(\cdot) = \|\cdot\|_2$.

- 1. Montrer que N est une application différentiable sur $\mathbb{R}^n \setminus \{0\}$ et calculer sa différentielle.

Calcul Différentiel, Q4 et Q5

On munit \mathbb{R}^n de sa structure euclidienne et de sa norme euclidienne, $N(\cdot) = \|\cdot\|_2$.

- 1 Montrer que N est une application différentiable sur $\mathbb{R}^n \setminus \{0\}$ et calculer sa différentielle.
- 2 Soit $f \in \mathcal{C}^1(\mathbb{R}^+, \mathbb{R})$ croissante. On pose $\forall x \in \mathbb{R}^n$, $F(x) = f(N(x))x$. Calculer la différentielle de F et montrer que

$$\forall (x, h) \in \mathbb{R}^n \times \mathbb{R}^n, \quad \langle DF(x).h, h \rangle \geq f(N(x))N(x)^2.$$

Calcul Différentiel, Q6

Calcul Différentiel, Q6

Déterminer les fonctions $f \in \mathcal{C}^1(\mathbb{R}^2, \mathbb{R})$ solutions du système suivant :

$$\frac{\partial f}{\partial x}(x, y) = xy^2 \quad \text{et} \quad \frac{\partial f}{\partial y}(x, y) = x^2y.$$

Calcul Différentiel, Q7

Calcul Différentiel, Q7

Soit N une norme sur \mathbb{R}^n . Montrer que N n'est pas différentiable en 0.

Calcul Différentiel, Q8

Calcul Différentiel, Q8

Soient U un ouvert de \mathbb{R}^n et f , g et h trois fonctions de $U \rightarrow \mathbb{R}$ telles que

$$\forall x \in U, \quad f(x) \leq g(x) \leq h(x).$$

On suppose que f et g sont différentiables en $a \in U$ et que $f(a) = h(a)$. Justifier que $D(h - g)(a) = 0$. En déduire que g est différentiable en a et calculer $Dg(a)$.

Calcul Différentiel, Q9 et Q10

Calcul Différentiel, Q9 et Q10

Soit $f : \mathbb{R}^2 \rightarrow \mathbb{R}$ définie par $f(x, y) = \sqrt{|xy|}$.

- Calculer les dérivées partielles de f sur l'ensemble $A = \{(x, y), x = 0 \text{ ou } y = 0\}$.

Calcul Différentiel, Q9 et Q10

Soit $f : \mathbb{R}^2 \rightarrow \mathbb{R}$ définie par $f(x, y) = \sqrt{|xy|}$.

- 1 Calculer les dérivées partielles de f sur l'ensemble $A = \{(x, y), x = 0 \text{ ou } y = 0\}$.
- 2 En déduire si f est différentiable ou non sur A .

Extrema, Q1

Extrema, Q1

Soit $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ dérivable en 0 telle que $f(0) = 0$ et $f'(0) > 0$. Vérifier que la différentielle de $F(x, y) = f(x)f(y)$ en $(0, 0)$ est nulle et montrer que $(0, 0)$ n'est ni un minimum local ni un maximum local.

Extrema, Q2

Extrema, Q2

Déterminer les extrema locaux et globaux de

$$f(x, y) = x^3 + 2xy^2 - y^4 + x^2 + 3xy + y^2 + 10.$$

Extrema, Q3

Extrema, Q3

Déterminer le rang et la signature de la forme quadratique suivante
 $q(x, y) = x^2 + y^2 + 2z(x - y)$.

Extrema, Q4

Extrema, Q4

Déterminer les extrema locaux et globaux de $f(x, y) = x(x + 1)^2 - y^2$.

Extrema, Q5

Extrema, Q5

Déterminer les extrema locaux et globaux de $f(x, y) = x^2 - xy + y^2$.

Extrema, Q6 et Q7

Extrema, Q6 et Q7

On considère la fonction $f : \mathbb{R}^n \rightarrow \mathbb{R}$ définie par

$$\forall (x, y, z) \in \mathbb{R}^3, \quad f(x, y, z) = (2x + y - z)(x + y + 2z).$$

- 1 Déterminer l'ensemble des points critiques de f .

Extrema, Q6 et Q7

On considère la fonction $f : \mathbb{R}^n \rightarrow \mathbb{R}$ définie par

$$\forall (x, y, z) \in \mathbb{R}^3, \quad f(x, y, z) = (2x + y - z)(x + y + 2z).$$

- 1 Déterminer l'ensemble des points critiques de f .
- 2 Déterminer la nature de ces points critiques.

Extrema, Q8

Extrema, Q8

Déterminer les extrema locaux et globaux de
 $f(x, y) = \sin(x) + y^2 - 2y + 1$.

Extrema, Q9

Extrema, Q9

Déterminer les extrema locaux et globaux de $f(x, y) = y(x^2 + \ln(y)^2)$ sur $\mathbb{R} \times]0, +\infty[$.

Extrema, Q10

Extrema, Q10

Déterminer le rang et la signature de la forme quadratique suivante
 $q(x, y) = xy + yz + zt + tx$.

Suites et Séries de Fonctions, Q1

Suites et Séries de Fonctions, Q1

La suite de fonctions $f_n(x) = x^{2n} \ln(x)$ converge-t-elle simplement sur $[0, 1]$? uniformément ?

Suites et Séries de Fonctions, Q2

Suites et Séries de Fonctions, Q2

La suite de fonctions

$$f_n(x) = n^2 x^{n+1} \left(\frac{1}{n+1} - \frac{x^n}{2n+1} \right)$$

converge-t-elle simplement sur $[0, 1]$? uniformément ?

Suites et Séries de Fonctions, Q3 et Q4

Suites et Séries de Fonctions, Q3 et Q4

On pose $u_n(x) = x^{n+1} \ln(x)$ si $x \in [0, 1]$ et $u_n(0) = 0$.

- 1 Montrer que $\sum_{n \geq 0} u_n(x)$ ne converge pas uniformément.

Suites et Séries de Fonctions, Q3 et Q4

On pose $u_n(x) = x^{n+1} \ln(x)$ si $x \in]0, 1]$ et $u_n(0) = 0$.

- 1 Montrer que $\sum_{n \geq 0} u_n(x)$ ne converge pas uniformément.
- 2 Montrer que $\sum_{n \geq 0} (-1)^n u_n(x)$ converge uniformément.

Suites et Séries de Fonctions, Q5

Suites et Séries de Fonctions, Q5

La suite de fonctions $f_n(x) = nx^n \ln(x)$ converge-t-elle simplement sur $[0, 1]$? uniformément ?

Suites et Séries de Fonctions, Q6

Suites et Séries de Fonctions, Q6

Montrer que la suite de fonction $f_n(x) = \frac{x^n}{1+x^{2n}}$ converge simplement mais pas uniformément sur $[0, +\infty[$.

Suites et Séries de Fonctions, Q7 et Q8

Suites et Séries de Fonctions, Q7 et Q8

On considère la série de fonctions $\sum_{n \geq 1} \frac{x}{(1+x^2)^n}$.

- 1 Montrer que l'on n'a pas de convergence normale sur $[0, +\infty[$ mais sur $[a, +\infty[$, $a > 0$.

Suites et Séries de Fonctions, Q7 et Q8

On considère la série de fonctions $\sum_{n \geq 1} \frac{x}{(1+x^2)^n}$.

- 1 Montrer que l'on n'a pas de convergence normale sur $[0, +\infty[$ mais sur $[a, +\infty[$, $a > 0$.
- 2 Calculer la somme $S(x) = \sum_{n=1}^{+\infty} \frac{x}{(1+x^2)^n}$ et montrer que l'on n'a pas convergence uniforme sur $]0, +\infty[$.

Suites et Séries de Fonctions, Q9 et Q10

Suites et Séries de Fonctions, Q9 et Q10

- 1 Montrer que la série de fonctions $\sum_{n \geq 0} (-1)^n \frac{x^n}{n+1}$ converge uniformément sur $[0, 1]$.

Suites et Séries de Fonctions, Q9 et Q10

- 1 Montrer que la série de fonctions $\sum_{n \geq 0} (-1)^n \frac{x^n}{n+1}$ converge uniformément sur $[0, 1]$.
- 2 Calculer $\int_0^1 \frac{\ln(1+x)}{x} dx$.

Suites et Séries de Fonctions, Q11

Suites et Séries de Fonctions, Q11

Etudier les convergences de la série de fonctions $\sum_{n \geq 1} \frac{1}{n^2 + x^2}$ sur \mathbb{R} .

Séries Entières, Q1

Séries Entières, Q1

Déterminer le rayon de convergence de la série entière $\sum_{n \geq 1} a_n z^n$ où $a_n = \int_0^1 x^n e^{-x} dx$.

Séries Entières, Q2

Séries Entières, Q2

Déterminer le rayon de convergence de la série entière $\sum_{n \geq 1} \arctan(n^\alpha) z^n$ en fonction de $\alpha \in \mathbb{R}$.

Séries Entières, Q3

Séries Entières, Q3

Montrer que la fonction $f(x) = \frac{\sin(x)}{x}$ si $x \neq 0$ et $f(0) = 0$ est \mathcal{C}^∞ sur \mathbb{R} .

Séries Entières, Q4

Séries Entières, Q4

Déterminer le rayon de convergence de la série entière $\sum_{n \geq 1} \left(\frac{n}{n+1}\right)^n z^n$.

Séries Entières, Q5

Séries Entières, Q5

Déterminer le rayon de convergence de la série entière $\sum_{n \geq 1} \ln(n)z^n$.

Séries Entières, Q6

Séries Entières, Q6

Développer en série entière en 0 la fonction $f(x) = \ln(x^2 - 5x + 6)$.

Séries Entières, Q7

Séries Entières, Q7

Développer en série entière en 0 la fonction $f(x) = \frac{1}{(x-1)(x-2)}$.

Séries Entières, Q8

Séries Entières, Q8

Déterminer le rayon de convergence de $\sum_{n \geq 1} \ln^n(n)z^n$.

Séries Entières, Q9 et Q10

Séries Entières, Q9 et Q10

- 1 Déterminer le rayon de convergence de la série entière $\sum_{n \geq 0} \operatorname{ch}(an)x^n$.

Séries Entières, Q9 et Q10

- 1 Déterminer le rayon de convergence de la série entière $\sum_{n \geq 0} \operatorname{ch}(an)x^n$.
- 2 Calculer la somme totale $\sum_{n=0}^{+\infty} \operatorname{ch}(an)x^n$.

- 1 Écrire la définition d'une suite de fonction $(f_n)_{n \in \mathbb{N}}$ qui converge simplement vers f sur un intervalle I .

- 1 Écrire la définition d'une suite de fonction $(f_n)_{n \in \mathbb{N}}$ qui converge simplement vers f sur un intervalle I .
- 2 Écrire la définition d'un minimum local de $f : \mathbb{R}^n \rightarrow \mathbb{R}$ en a .

- 1 Écrire la définition d'une suite de fonction $(f_n)_{n \in \mathbb{N}}$ qui converge simplement vers f sur un intervalle I .
- 2 Écrire la définition d'un minimum local de $f : \mathbb{R}^n \rightarrow \mathbb{R}$ en a .
- 3 Donner le développement en série entière de $(1+x)^\alpha$.

- 1 Écrire la définition d'une suite de fonction $(f_n)_{n \in \mathbb{N}}$ qui converge simplement vers f sur un intervalle I .
- 2 Écrire la définition d'un minimum local de $f : \mathbb{R}^n \rightarrow \mathbb{R}$ en a .
- 3 Donner le développement en série entière de $(1+x)^\alpha$.
- 4 Si la Hessienne est non-définie et négative que dire de la nature du point critique ?

- 1 Écrire la définition d'une suite de fonction $(f_n)_{n \in \mathbb{N}}$ qui converge simplement vers f sur un intervalle I .
- 2 Écrire la définition d'un minimum local de $f : \mathbb{R}^n \rightarrow \mathbb{R}$ en a .
- 3 Donner le développement en série entière de $(1+x)^\alpha$.
- 4 Si la Hessienne est non-définie et négative que dire de la nature du point critique ?
- 5 Soient $\sum_{n \geq 0} a_n z^n$ et $\sum_{n \geq 0} b_n z^n$ deux séries entières de rayons de convergence R_a et R_b respectivement. Que dire de ces rayons si $a_n \underset{n \rightarrow +\infty}{=} O(b_n)$.

- 1 Écrire la définition d'une suite de fonction $(f_n)_{n \in \mathbb{N}}$ qui converge simplement vers f sur un intervalle I .
- 2 Écrire la définition d'un minimum local de $f : \mathbb{R}^n \rightarrow \mathbb{R}$ en a .
- 3 Donner le développement en série entière de $(1+x)^\alpha$.
- 4 Si la Hessienne est non-définie et négative que dire de la nature du point critique ?
- 5 Soient $\sum_{n \geq 0} a_n z^n$ et $\sum_{n \geq 0} b_n z^n$ deux séries entières de rayons de convergence R_a et R_b respectivement. Que dire de ces rayons si $a_n \underset{n \rightarrow +\infty}{=} O(b_n)$.
- 6 Quel type de convergence faut-il pour une suite $(f_n)_{n \in \mathbb{N}}$ de fonctions paires pour que la fonction limite f soit également paire.

- 1 Écrire la définition d'une suite de fonction $(f_n)_{n \in \mathbb{N}}$ qui converge simplement vers f sur un intervalle I .
- 2 Écrire la définition d'un minimum local de $f : \mathbb{R}^n \rightarrow \mathbb{R}$ en a .
- 3 Donner le développement en série entière de $(1+x)^\alpha$.
- 4 Si la Hessienne est non-définie et négative que dire de la nature du point critique ?
- 5 Soient $\sum_{n \geq 0} a_n z^n$ et $\sum_{n \geq 0} b_n z^n$ deux séries entières de rayons de convergence R_a et R_b respectivement. Que dire de ces rayons si $a_n \underset{n \rightarrow +\infty}{=} O(b_n)$.
- 6 Quel type de convergence faut-il pour une suite $(f_n)_{n \in \mathbb{N}}$ de fonctions paires pour que la fonction limite f soit également paire.
- 7 Soit $f : \mathbb{R}^n \rightarrow \mathbb{R}^p$ une application \mathcal{C}^1 . Donner l'espace de départ et d'arrivée de l'application différentielle Df .

- 1 Écrire la définition d'une suite de fonction $(f_n)_{n \in \mathbb{N}}$ qui converge simplement vers f sur un intervalle I .
- 2 Écrire la définition d'un minimum local de $f : \mathbb{R}^n \rightarrow \mathbb{R}$ en a .
- 3 Donner le développement en série entière de $(1+x)^\alpha$.
- 4 Si la Hessienne est non-définie et négative que dire de la nature du point critique ?
- 5 Soient $\sum_{n \geq 0} a_n z^n$ et $\sum_{n \geq 0} b_n z^n$ deux séries entières de rayons de convergence R_a et R_b respectivement. Que dire de ces rayons si $a_n \underset{n \rightarrow +\infty}{=} O(b_n)$.
- 6 Quel type de convergence faut-il pour une suite $(f_n)_{n \in \mathbb{N}}$ de fonctions paires pour que la fonction limite f soit également paire.
- 7 Soit $f : \mathbb{R}^n \rightarrow \mathbb{R}^p$ une application \mathcal{C}^1 . Donner l'espace de départ et d'arrivée de l'application différentielle Df .
- 8 Vrai ou faux : l'application de \mathbb{R}^n dans \mathbb{R} qui a tout x associe $\langle x, x \rangle$ est linéaire.

- 1 Écrire la définition d'une suite de fonction $(f_n)_{n \in \mathbb{N}}$ qui converge simplement vers f sur un intervalle I .
- 2 Écrire la définition d'un minimum local de $f : \mathbb{R}^n \rightarrow \mathbb{R}$ en a .
- 3 Donner le développement en série entière de $(1+x)^\alpha$.
- 4 Si la Hessienne est non-définie et négative que dire de la nature du point critique ?
- 5 Soient $\sum_{n \geq 0} a_n z^n$ et $\sum_{n \geq 0} b_n z^n$ deux séries entières de rayons de convergence R_a et R_b respectivement. Que dire de ces rayons si $a_n \underset{n \rightarrow +\infty}{=} O(b_n)$.
- 6 Quel type de convergence faut-il pour une suite $(f_n)_{n \in \mathbb{N}}$ de fonctions paires pour que la fonction limite f soit également paire.
- 7 Soit $f : \mathbb{R}^n \rightarrow \mathbb{R}^p$ une application \mathcal{C}^1 . Donner l'espace de départ et d'arrivée de l'application différentielle Df .
- 8 Vrai ou faux : l'application de \mathbb{R}^n dans \mathbb{R} qui a tout x associe $\langle x, x \rangle$ est linéaire.
- 9 Écrire la série de Taylor d'une fonction f en 0.

- 1 Écrire la définition d'une suite de fonction $(f_n)_{n \in \mathbb{N}}$ qui converge simplement vers f sur un intervalle I .
- 2 Écrire la définition d'un minimum local de $f : \mathbb{R}^n \rightarrow \mathbb{R}$ en a .
- 3 Donner le développement en série entière de $(1+x)^\alpha$.
- 4 Si la Hessienne est non-définie et négative que dire de la nature du point critique ?
- 5 Soient $\sum_{n \geq 0} a_n z^n$ et $\sum_{n \geq 0} b_n z^n$ deux séries entières de rayons de convergence R_a et R_b respectivement. Que dire de ces rayons si $a_n \underset{n \rightarrow +\infty}{=} O(b_n)$.
- 6 Quel type de convergence faut-il pour une suite $(f_n)_{n \in \mathbb{N}}$ de fonctions paires pour que la fonction limite f soit également paire.
- 7 Soit $f : \mathbb{R}^n \rightarrow \mathbb{R}^p$ une application \mathcal{C}^1 . Donner l'espace de départ et d'arrivée de l'application différentielle Df .
- 8 Vrai ou faux : l'application de \mathbb{R}^n dans \mathbb{R} qui a tout x associe $\langle x, x \rangle$ est linéaire.
- 9 Écrire la série de Taylor d'une fonction f en 0.
- 10 Soit $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}^n$ dérivable en $a \in \mathbb{R}$. Exprimer la différentielle en fonction de la dérivée.

- 1 Donner les implications entre la convergence normale, absolue, simple, uniforme.

- 1 Donner les implications entre la convergence normale, absolue, simple, uniforme.
- 2 Si la Hessienne est définie positive que dire de la nature du point critique ?

- 1 Donner les implications entre la convergence normale, absolue, simple, uniforme.
- 2 Si la Hessienne est définie positive que dire de la nature du point critique ?
- 3 Écrire la définition d'une suite de fonctions $(f_n)_{n \in \mathbb{N}}$ qui converge uniformément vers f sur un intervalle I .

- 1 Donner les implications entre la convergence normale, absolue, simple, uniforme.
- 2 Si la Hessienne est définie positive que dire de la nature du point critique ?
- 3 Écrire la définition d'une suite de fonctions $(f_n)_{n \in \mathbb{N}}$ qui converge uniformément vers f sur un intervalle I .
- 4 Pour quel type de fonction parle-t-on de gradient ?

- 1 Donner les implications entre la convergence normale, absolue, simple, uniforme.
- 2 Si la Hessienne est définie positive que dire de la nature du point critique ?
- 3 Écrire la définition d'une suite de fonctions $(f_n)_{n \in \mathbb{N}}$ qui converge uniformément vers f sur un intervalle I .
- 4 Pour quel type de fonction parle-t-on de gradient ?
- 5 Donner une condition nécessaire et suffisante sur les dérivées partielles pour qu'une fonction soit \mathcal{C}^1 .

- 1 Donner les implications entre la convergence normale, absolue, simple, uniforme.
- 2 Si la Hessienne est définie positive que dire de la nature du point critique ?
- 3 Écrire la définition d'une suite de fonctions $(f_n)_{n \in \mathbb{N}}$ qui converge uniformément vers f sur un intervalle I .
- 4 Pour quel type de fonction parle-t-on de gradient ?
- 5 Donner une condition nécessaire et suffisante sur les dérivées partielles pour qu'une fonction soit \mathcal{C}^1 .
- 6 Énoncer le théorème d'interversion $\lim_{x \rightarrow a}$ et $\sum_{n=0}^{+\infty}$.

- 1 Donner les implications entre la convergence normale, absolue, simple, uniforme.
- 2 Si la Hessienne est définie positive que dire de la nature du point critique ?
- 3 Écrire la définition d'une suite de fonctions $(f_n)_{n \in \mathbb{N}}$ qui converge uniformément vers f sur un intervalle I .
- 4 Pour quel type de fonction parle-t-on de gradient ?
- 5 Donner une condition nécessaire et suffisante sur les dérivées partielles pour qu'une fonction soit \mathcal{C}^1 .
- 6 Énoncer le théorème d'interversion $\lim_{x \rightarrow a}$ et $\sum_{n=0}^{+\infty}$.
- 7 Donner le développement en série entière de $\cos(x)$.

- 1 Donner les implications entre la convergence normale, absolue, simple, uniforme.
- 2 Si la Hessienne est définie positive que dire de la nature du point critique ?
- 3 Écrire la définition d'une suite de fonctions $(f_n)_{n \in \mathbb{N}}$ qui converge uniformément vers f sur un intervalle I .
- 4 Pour quel type de fonction parle-t-on de gradient ?
- 5 Donner une condition nécessaire et suffisante sur les dérivées partielles pour qu'une fonction soit \mathcal{C}^1 .
- 6 Énoncer le théorème d'interversion $\lim_{x \rightarrow a}$ et $\sum_{n=0}^{+\infty}$.
- 7 Donner le développement en série entière de $\cos(x)$.
- 8 Donner le nombre de lignes et de colonnes de la Jacobienne de $f : \mathbb{R}^n \rightarrow \mathbb{R}^p$.

- 1 Donner les implications entre la convergence normale, absolue, simple, uniforme.
- 2 Si la Hessienne est définie positive que dire de la nature du point critique ?
- 3 Écrire la définition d'une suite de fonctions $(f_n)_{n \in \mathbb{N}}$ qui converge uniformément vers f sur un intervalle I .
- 4 Pour quel type de fonction parle-t-on de gradient ?
- 5 Donner une condition nécessaire et suffisante sur les dérivées partielles pour qu'une fonction soit \mathcal{C}^1 .
- 6 Énoncer le théorème d'interversion $\lim_{x \rightarrow a}$ et $\sum_{n=0}^{+\infty}$.
- 7 Donner le développement en série entière de $\cos(x)$.
- 8 Donner le nombre de lignes et de colonnes de la Jacobienne de $f : \mathbb{R}^n \rightarrow \mathbb{R}^p$.
- 9 Écrire les primitives de $\sum_{n=0}^{+\infty} a_n z^n$ et donner leur(s) rayon(s) de convergence.

- 1 Donner les implications entre la convergence normale, absolue, simple, uniforme.
- 2 Si la Hessienne est définie positive que dire de la nature du point critique ?
- 3 Écrire la définition d'une suite de fonctions $(f_n)_{n \in \mathbb{N}}$ qui converge uniformément vers f sur un intervalle I .
- 4 Pour quel type de fonction parle-t-on de gradient ?
- 5 Donner une condition nécessaire et suffisante sur les dérivées partielles pour qu'une fonction soit \mathcal{C}^1 .
- 6 Énoncer le théorème d'interversion $\lim_{x \rightarrow a}$ et $\sum_{n=0}^{+\infty}$.
- 7 Donner le développement en série entière de $\cos(x)$.
- 8 Donner le nombre de lignes et de colonnes de la Jacobienne de $f : \mathbb{R}^n \rightarrow \mathbb{R}^p$.
- 9 Écrire les primitives de $\sum_{n=0}^{+\infty} a_n z^n$ et donner leur(s) rayon(s) de convergence.
- 10 Pour deux fonctions f et g différentiables sur de bons ensembles, donner la formule de la différentielle de la composée, $D_x(f \circ g) \cdot h$.

- ① Un plan tangent
- ② Un gradient
- ③ Un projecteur orthogonal
- ④ Une symétrie orthogonale
- ⑤ Une application coordonnée
- ⑥ Un minimum local
- ⑦ Un minimum global
- ⑧ Un point selle
- ⑨ Une suite de fonctions ne convergeant pas simplement
- ⑩ Une suite de fonction convergeant simplement
- ⑪ Une suite de fonction convergeant uniformément
- ⑫ Un rayon de convergence