

Devoir Maison n°3
A rendre pour le 10 Décembre

Exercice 1. Décomposer dans $\mathbb{C}[X]$, la fraction rationnelle suivante :

$$F = \frac{X}{(X^2 - 1)^2(X^2 + 1)}.$$

Exercice 2. On note par $\mathcal{M}_n(\mathbb{Z})$ l'ensemble des matrices de $\mathcal{M}_n(\mathbb{R})$ dont les tous les coefficients sont entiers.

1. Montrer par une formule du cours que si $A \in \mathcal{M}_n(\mathbb{Z})$ alors $\det(A) \in \mathbb{Z}$.
2. On dit qu'une matrice A est dans $\text{GL}_n(\mathbb{Z})$ si les trois conditions suivantes sont remplies.
 - (a) La matrice A est à coefficients dans \mathbb{Z} : $A \in \mathcal{M}_n(\mathbb{Z})$.
 - (b) La matrice A est inversible.
 - (c) Son inverse est aussi un élément de $\mathcal{M}_n(\mathbb{Z})$.

Montrer que si $A \in \text{GL}_n(\mathbb{Z})$, alors $\det(A)$ vaut 1 ou -1 .