Trivial Poursuite Mathématique

12 Mai 2016

Calcul différentiel, Q1

Calcul différentiel, Q1

Soit $f \in \mathscr{C}^1(\mathbb{R}, \mathbb{R})$ telle que $\forall x \in \mathbb{R}$, $|f'(x)| < 1$. Le jacobien de l'application $\varphi : \mathbb{R}^2 \to \mathbb{R}^2$ définie par

$$\forall (x, y) \in \mathbb{R}^2, \quad \varphi(x, y) = (y + f(x), x + f(y))$$

est-il inversible ?

Calcul différentiel, Q2

Calcul différentiel, Q2

Déterminer les extrema locaux et globaux de
$f(x, y) = \sin(x) + y^2 - 2y + 1$.

Calcul différentiel, Q3

Calcul différentiel, Q3

Soient U un ouvert de $\mathbb{R}^n$ et f, g et h trois fonctions de $U \to \mathbb{R}$ telles que

$$\forall x \in U, \quad f(x) \leqslant g(x) \leqslant h(x).$$

On suppose que f et g sont différentiables en $a \in U$ et que $f(a) = h(a)$. Montrer que $d_a(h - f) = 0$. En déduire que g est différentiable en a et calculer $d_a g$.

Calcul différentiel, Q4

Calcul différentiel, Q4

Déterminer les fonctions $f \in \mathscr{C}^1\left(\mathbb{R}^2, \mathbb{R}\right)$ solutions du système suivant :

$$\forall (x, y) \in \mathbb{R}^2, \qquad \frac{\partial f}{\partial x}(x, y) = xy^2 \qquad \text{et} \qquad \frac{\partial f}{\partial y}(x, y) = x^2 y.$$

Calcul différentiel, Q5

Calcul différentiel, Q5

On munit $\mathbb{R}^n$ de sa structure euclidienne et de sa norme euclidienne, $N(.) = \|.\|_2$. Soit $f \in \mathscr{C}^1(\mathbb{R}^+, \mathbb{R})$ croissante. On pose $\forall x \in \mathbb{R}^n$, $F(x) = f(N(x))x$. Rappeler la différentielle de N, calculer la différentielle de F et montrer que

$$\forall (x, h) \in \mathbb{R}^n \times \mathbb{R}^n, \quad \langle DF(x).h, h\rangle \geqslant f(N(x))N(h)^2.$$

Calcul différentiel, Q6

Calcul différentiel, Q6

Déterminer les extrema locaux et globaux de $f(x, y) = x(x+1)^2 - y^2$.

Calcul différentiel, Q7

Calcul différentiel, Q7

Soit N une norme sur $\mathbb{R}^n$. Montrer que N n'est pas différentiable en 0.

Calcul différentiel, Q8

Calcul différentiel, Q8

Déterminer les fonctions $f \in \mathscr{C}^1\left(\mathbb{R}^2, \mathbb{R}\right)$ solutions du système suivant :

$$\forall (x,y) \in \mathbb{R}^2, \qquad \frac{\partial f}{\partial x}(x,y) = \frac{x}{x^2+y^2} \qquad \text{et} \qquad \frac{\partial f}{\partial y}(x,y) = \frac{-y}{x^2+y^2}.$$

Calcul différentiel, Q9 et Q10

Calcul différentiel, Q9 et Q10

On considère la fonction $f : \mathbb{R}^n \to \mathbb{R}$ définie par

$$\forall (x, y, z) \in \mathbb{R}^3, \quad f(x, y, z) = (2x + y - z)(x + y + 2z).$$

1. Déterminer l'ensemble des points critiques de f.

Calcul différentiel, Q9 et Q10

On considère la fonction $f : \mathbb{R}^n \to \mathbb{R}$ définie par

$$\forall (x, y, z) \in \mathbb{R}^3, \quad f(x, y, z) = (2x + y - z)(x + y + 2z).$$

1. Déterminer l'ensemble des points critiques de f.
2. Déterminer la nature de ces points critiques.

Calcul différentiel, Q11 et Q12

Calcul différentiel, Q11 et Q12

Soit $f : \mathbb{R}^2 \to \mathbb{R}$ définie par $\forall (x, y) \in \mathbb{R}^2$, $f(x, y) = \sqrt{|xy|}$.

1. Déterminer l'ensemble des points de $\mathbb{R}^2$ pour lesquels les dérivées partielles de f existent.

Calcul différentiel, Q11 et Q12

Soit $f : \mathbb{R}^2 \to \mathbb{R}$ définie par $\forall (x, y) \in \mathbb{R}^2$, $f(x, y) = \sqrt{|xy|}$.

1. Déterminer l'ensemble des points de $\mathbb{R}^2$ pour lesquels les dérivées partielles de f existent.
2. En déduire l'ensemble des points de $\mathbb{R}^2$ en lesquels f est différentiable.

Suites et séries de fonctions, Q1

Suites et séries de fonctions, Q1

La suite de fonctions $f_n(x) = x^{2n} \ln(x)$ converge-t-elle simplement sur $[0, 1]$? uniformément ?

Suites et séries de fonctions, Q2

Suites et séries de fonctions, Q2

Étudier les convergences de la série de fonctions $\sum_{n\geqslant 1} \frac{1}{n^2+x^2}$ sur $\mathbb{R}$.

Suites et séries de fonctions, Q3

Suites et séries de fonctions, Q3

La suite de fonctions

$$f_n(x) = n^2 x^{n+1} \left(\frac{1}{n+1} - \frac{x^n}{2n+1} \right)$$

converge-t-elle simplement sur $[0, 1]$? uniformément ?

Suites et séries de fonctions, Q4 et Q5

Suites et séries de fonctions, Q4 et Q5

On pose $u_n(x) = x^{n+1} \ln(x)$ si $x \in [0, 1]$ et $u_n(0) = 0$.

1. Montrer que $\sum_{n \geqslant 0} u_n(x)$ ne converge pas uniformément.

Suites et séries de fonctions, Q4 et Q5

On pose $u_n(x) = x^{n+1}\ln(x)$ si $x \in [0,1]$ et $u_n(0) = 0$.

1. Montrer que $\sum_{n\geqslant 0} u_n(x)$ ne converge pas uniformément.
2. Montrer que $\sum_{n\geqslant 0} (-1)^n u_n(x)$ converge uniformément.

Suites et séries de fonctions, Q6

Suites et séries de fonctions, Q6

La suite de fonctions $f_n(x) = nx^n \ln(x)$ converge-t-elle simplement sur $[0, 1]$? uniformément ?

Suites et séries de fonctions, Q7 et Q8

Suites et séries de fonctions, Q7 et Q8

1. Montrer que la série de fonctions $\sum_{n\geqslant 0}(-1)^n\frac{x^n}{n+1}$ converge uniformément sur $[0, 1]$.

Suites et séries de fonctions, Q7 et Q8

1. Montrer que la série de fonctions $\sum_{n\geqslant 0}(-1)^n \frac{x^n}{n+1}$ converge uniformément sur $[0,1]$.
2. Calculer $\int_0^1 \frac{\ln(1+x)}{x}\,\mathrm{d}x$.

Suites et séries de fonctions, Q9

Suites et séries de fonctions, Q9

Soit $f : \mathbb{R} \to \mathbb{R}$ définie par $\forall x \in \mathbb{R},\ f(x) = \arctan\left(\frac{x+n}{1+nx}\right)$. Montrer que la suite de fonctions $(f_n)_{n\in\mathbb{N}}$ converge uniformément sur $[0; +\infty[$.

Suites et séries de fonctions, Q10 et Q11

Suites et séries de fonctions, Q10 et Q11

On considère la série de fonctions $\sum_{n\geqslant 1} \frac{x}{(1+x^2)^n}$.

1. Montrer que l'on n'a pas de convergence normale sur $[0, +\infty[$ mais sur $[a, +\infty[$, $a > 0$.

Suites et séries de fonctions, Q10 et Q11

On considère la série de fonctions $\sum_{n\geqslant 1} \frac{x}{(1+x^2)^n}$.

1. Montrer que l'on n'a pas de convergence normale sur $[0, +\infty[$ mais sur $[a, +\infty[$, $a > 0$.
2. Calculer la somme $S(x) = \sum_{n=1}^{+\infty} \frac{x}{(1+x^2)^n}$ et montrer que l'on n'a pas convergence uniforme ni sur $[0, +\infty[$ ni sur $]0, +\infty[$.

Suites et séries de fonctions, Q12 et Q13

Suites et séries de fonctions, Q12 et Q13

On considère les suites de fonctions $(f_n)_{n\in\mathbb{N}}$ et $(g_n)_{n\in\mathbb{N}}$ définies pour tout $n \in \mathbb{N}$ par

$$f_n : \begin{array}{ccc} \left[0; \frac{\pi}{2}\right] & \to & \mathbb{R} \\ x & \mapsto & x\sin(x)\cos^n(x). \end{array}$$

et

$$g_n : \begin{array}{ccc} \left[0; \frac{\pi}{2}\right] & \to & \mathbb{R} \\ x & \mapsto & \sin(x)\cos^n(x). \end{array}$$

1. Montrer que $(g_n)_{n\in\mathbb{N}}$ converge uniformément sur $\left[0; \frac{\pi}{2}\right]$. La suite $(f_n)_{n\in\mathbb{N}}$ converge-t-elle uniformément ?

Suites et séries de fonctions, Q12 et Q13

On considère les suites de fonctions $(f_n)_{n\in\mathbb{N}}$ et $(g_n)_{n\in\mathbb{N}}$ définies pour tout $n \in \mathbb{N}$ par

$$f_n : \begin{array}{ccc} \left[0; \frac{\pi}{2}\right] & \to & \mathbb{R} \\ x & \mapsto & x\sin(x)\cos^n(x). \end{array}$$

et

$$g_n : \begin{array}{ccc} \left[0; \frac{\pi}{2}\right] & \to & \mathbb{R} \\ x & \mapsto & \sin(x)\cos^n(x). \end{array}$$

1. Montrer que $(g_n)_{n\in\mathbb{N}}$ converge uniformément sur $\left[0; \frac{\pi}{2}\right]$. La suite $(f_n)_{n\in\mathbb{N}}$ converge-t-elle uniformément ?
2. Étudier les convergences de la série de fonction $\sum_{n\geqslant 0} f_n$.

Suites et séries de fonctions, Q14

Suites et séries de fonctions, Q14

La suite de fonctions $f_n(x) = \frac{x^n}{1+x^{2n}}$ converge-t-elle simplement $[0, +\infty[$? Uniformément ?

Séries de Fourier, Q1

Séries de Fourier, Q1

Soit f une fonction T-périodique, continue, positive et non identiquement nulle. Montrer que pour tout $n \geqslant 1$, $a_n(f) < a_0$.

Séries de entières, Q2

Séries de entières, Q2

Déterminer le rayon de convergence de la série entière $\sum_{n \geqslant 1} \arctan\left(n^{\alpha}\right) z^{n}$ en fonction de $\alpha \in \mathbb{R}$.

Séries de Fourier, Q3 et Q4

Séries de Fourier, Q3 et Q4

On considère la fonction $f : x \mapsto x^2$ sur $[-\pi, \pi]$ prolongée en une fonction 2π-périodique.

1. Calculer les coefficients de Fourier de f.

Séries de Fourier, Q3 et Q4

On considère la fonction $f : x \mapsto x^2$ sur $[-\pi, \pi]$ prolongée en une fonction 2π-périodique.

1. Calculer les coefficients de Fourier de f.
2. Calculer les sommes $\sum_{n=1}^{+\infty} \frac{(-1)^{n+1}}{n^2}$ et $\sum_{n=1}^{+\infty} \frac{1}{n^4}$.

Séries entières, Q5

Séries entières, Q5

Déterminer le rayon de convergence de la série entière $\sum_{n\geqslant 1} a_n z^n$ où $a_n = \int_0^1 x^n \, \mathrm{e}^{-x} \, \mathrm{d}x$.

Séries de Fourier, Q6

Séries de Fourier, Q6

On définit D_N par, pour tout $x \in \mathbb{R}$, $D_N(x) = \sum_{n=-N}^{N} e^{inx}$. Montrer que

$$\forall x \in \mathbb{R} \setminus 2\pi\mathbb{Z}, \qquad D_N(x) = \frac{\sin\left(\left(N + \frac{1}{2}\right) x\right)}{\sin\left(\frac{x}{2}\right)}.$$

Séries entières, Q7

Séries entières, Q7

Montrer que la fonction $f(x) = \frac{\sin(x)}{x}$ si $x \neq 0$ et $f(0) = 0$ est $\mathscr{C}^\infty$ sur $\mathbb{R}$.

Séries de Fourier, Q8

Séries de Fourier, Q8

Soit $E = \left\{ f \ : \ x \mapsto \sum_{n=-\infty}^{+\infty} c_n e^{inx}, \ \sum_{n=-\infty}^{+\infty} |c_n| < +\infty \right\}$. Montrer que E est un sous-espace vectoriel de $\mathscr{L}^1([0,1], \mathbb{C})$ et que pour tout $n \in \mathbb{Z}$, $c_n(f) = c_n$.

Séries entières, Q9

Séries entières, Q9

Soit $a > 0$. Déterminer le rayon de convergence R de la série entière $\sum_{n\geqslant 0} \mathrm{ch}(an)x^n$.

Séries de Fourier, Q10

Séries de Fourier, Q10

Calculer, pour tout $n \in \mathbb{N}$, l'intégrale $\int_0^\pi \frac{1+\cos(x)}{4-2\cos(x)} \cos(nx)\,\mathrm{d}x$.

Séries entières, Q11

Séries entières, Q11

Déterminer le rayon de convergence de $\sum_{n\geqslant 1} \ln^n(n) z^n$.

Questions de cours I

Questions de cours I

1. Exprimer le terme général du produit de Cauchy des séries entières $\sum_{n\geqslant 0} a_n z^n$ et $\sum_{n\geqslant 0} b_n z^n$.

Questions de cours I

1. Exprimer le terme général du produit de Cauchy des séries entières $\sum_{n\geqslant 0} a_n z^n$ et $\sum_{n\geqslant 0} b_n z^n$.
2. Soit $f : \mathbb{R} \to \mathbb{R}^n$ dérivable en $a \in \mathbb{R}$. Exprimer la différentielle en fonction de la dérivée.

Questions de cours I

1. Exprimer le terme général du produit de Cauchy des séries entières $\sum_{n\geqslant 0} a_n z^n$ et $\sum_{n\geqslant 0} b_n z^n$.
2. Soit $f : \mathbb{R} \to \mathbb{R}^n$ dérivable en $a \in \mathbb{R}$. Exprimer la différentielle en fonction de la dérivée.
3. Soit $f : \mathbb{R}^n \to \mathbb{R}^p$. Exprimer la jacobienne de f.

Questions de cours I

1. Exprimer le terme général du produit de Cauchy des séries entières $\sum_{n\geqslant 0} a_n z^n$ et $\sum_{n\geqslant 0} b_n z^n$.
2. Soit $f : \mathbb{R} \to \mathbb{R}^n$ dérivable en $a \in \mathbb{R}$. Exprimer la différentielle en fonction de la dérivée.
3. Soit $f : \mathbb{R}^n \to \mathbb{R}^p$. Exprimer la jacobienne de f.
4. Écrire l'égalité de Parseval avec les coefficients trigonométriques.

Questions de cours I

1. Exprimer le terme général du produit de Cauchy des séries entières $\sum_{n\geqslant 0} a_n z^n$ et $\sum_{n\geqslant 0} b_n z^n$.
2. Soit $f : \mathbb{R} \to \mathbb{R}^n$ dérivable en $a \in \mathbb{R}$. Exprimer la différentielle en fonction de la dérivée.
3. Soit $f : \mathbb{R}^n \to \mathbb{R}^p$. Exprimer la jacobienne de f.
4. Écrire l'égalité de Parseval avec les coefficients trigonométriques.
5. Donner les coefficients $c_n(f)$ en fonction de ceux de $a_n(f)$ et de $b_n(f)$.

Questions de cours I

1. Exprimer le terme général du produit de Cauchy des séries entières $\sum_{n\geqslant 0} a_n z^n$ et $\sum_{n\geqslant 0} b_n z^n$.
2. Soit $f : \mathbb{R} \to \mathbb{R}^n$ dérivable en $a \in \mathbb{R}$. Exprimer la différentielle en fonction de la dérivée.
3. Soit $f : \mathbb{R}^n \to \mathbb{R}^p$. Exprimer la jacobienne de f.
4. Écrire l'égalité de Parseval avec les coefficients trigonométriques.
5. Donner les coefficients $c_n(f)$ en fonction de ceux de $a_n(f)$ et de $b_n(f)$.
6. Pour deux fonctions $f : E \to F$ et $g : F \to G$ différentiables sur E et F respectivement, donner la formule de la différentielle de la composée : $d_x(f \circ g)(h)$.

Questions de cours I

1. Exprimer le terme général du produit de Cauchy des séries entières $\sum_{n\geqslant 0} a_n z^n$ et $\sum_{n\geqslant 0} b_n z^n$.
2. Soit $f : \mathbb{R} \to \mathbb{R}^n$ dérivable en $a \in \mathbb{R}$. Exprimer la différentielle en fonction de la dérivée.
3. Soit $f : \mathbb{R}^n \to \mathbb{R}^p$. Exprimer la jacobienne de f.
4. Écrire l'égalité de Parseval avec les coefficients trigonométriques.
5. Donner les coefficients $c_n(f)$ en fonction de ceux de $a_n(f)$ et de $b_n(f)$.
6. Pour deux fonctions $f : E \to F$ et $g : F \to G$ différentiables sur E et F respectivement, donner la formule de la différentielle de la composée : $d_x(f \circ g)(h)$.
7. Quel est le rayon de convergence de la série entière dérivée ?

Questions de cours I

1. Exprimer le terme général du produit de Cauchy des séries entières $\sum_{n\geqslant 0} a_n z^n$ et $\sum_{n\geqslant 0} b_n z^n$.
2. Soit $f : \mathbb{R} \to \mathbb{R}^n$ dérivable en $a \in \mathbb{R}$. Exprimer la différentielle en fonction de la dérivée.
3. Soit $f : \mathbb{R}^n \to \mathbb{R}^p$. Exprimer la jacobienne de f.
4. Écrire l'égalité de Parseval avec les coefficients trigonométriques.
5. Donner les coefficients $c_n(f)$ en fonction de ceux de $a_n(f)$ et de $b_n(f)$.
6. Pour deux fonctions $f : E \to F$ et $g : F \to G$ différentiables sur E et F respectivement, donner la formule de la différentielle de la composée : $d_x(f \circ g)(h)$.
7. Quel est le rayon de convergence de la série entière dérivée ?
8. Écrire la définition d'une suite de fonction $(f_n)_{n\in\mathbb{N}}$ qui converge simplement vers f sur un intervalle I (en terme d'epsilons...).

Questions de cours I

1. Exprimer le terme général du produit de Cauchy des séries entières $\sum_{n\geqslant 0} a_n z^n$ et $\sum_{n\geqslant 0} b_n z^n$.
2. Soit $f : \mathbb{R} \to \mathbb{R}^n$ dérivable en $a \in \mathbb{R}$. Exprimer la différentielle en fonction de la dérivée.
3. Soit $f : \mathbb{R}^n \to \mathbb{R}^p$. Exprimer la jacobienne de f.
4. Écrire l'égalité de Parseval avec les coefficients trigonométriques.
5. Donner les coefficients $c_n(f)$ en fonction de ceux de $a_n(f)$ et de $b_n(f)$.
6. Pour deux fonctions $f : E \to F$ et $g : F \to G$ différentiables sur E et F respectivement, donner la formule de la différentielle de la composée : $d_x(f \circ g)(h)$.
7. Quel est le rayon de convergence de la série entière dérivée ?
8. Écrire la définition d'une suite de fonction $(f_n)_{n\in\mathbb{N}}$ qui converge simplement vers f sur un intervalle I (en terme d'epsilons...).
9. Énoncer le théorème d'Hadamard.

Questions de cours I

1. Exprimer le terme général du produit de Cauchy des séries entières $\sum_{n\geqslant 0} a_n z^n$ et $\sum_{n\geqslant 0} b_n z^n$.
2. Soit $f : \mathbb{R} \to \mathbb{R}^n$ dérivable en $a \in \mathbb{R}$. Exprimer la différentielle en fonction de la dérivée.
3. Soit $f : \mathbb{R}^n \to \mathbb{R}^p$. Exprimer la jacobienne de f.
4. Écrire l'égalité de Parseval avec les coefficients trigonométriques.
5. Donner les coefficients $c_n(f)$ en fonction de ceux de $a_n(f)$ et de $b_n(f)$.
6. Pour deux fonctions $f : E \to F$ et $g : F \to G$ différentiables sur E et F respectivement, donner la formule de la différentielle de la composée : $d_x(f \circ g)(h)$.
7. Quel est le rayon de convergence de la série entière dérivée ?
8. Écrire la définition d'une suite de fonction $(f_n)_{n\in\mathbb{N}}$ qui converge simplement vers f sur un intervalle I (en terme d'epsilons...).
9. Énoncer le théorème d'Hadamard.
10. Donner la définition d'une suite de fonction vérifiant le critère de Cauchy uniforme.

Questions de cours II

Questions de cours II

1. Énoncer le théorème de comparaison de séries entières dont les termes généraux sont équivalents.

Questions de cours II

1. Énoncer le théorème de comparaison de séries entières dont les termes généraux sont équivalents.
2. Donner le développement en série entière de la fonction $x \mapsto \ln(1+x)$.

Questions de cours II

1. Énoncer le théorème de comparaison de séries entières dont les termes généraux sont équivalents.
2. Donner le développement en série entière de la fonction $x \mapsto \ln(1+x)$.
3. Énoncer le théorème de dérivation sous le signe somme.

Questions de cours II

1. Énoncer le théorème de comparaison de séries entières dont les termes généraux sont équivalents.
2. Donner le développement en série entière de la fonction $x \mapsto \ln(1+x)$.
3. Énoncer le théorème de dérivation sous le signe somme.
4. Donner la définition d'une application $f : E \to F$ différentiable en $a \in E$.

Questions de cours II

1. Énoncer le théorème de comparaison de séries entières dont les termes généraux sont équivalents.
2. Donner le développement en série entière de la fonction $x \mapsto \ln(1+x)$.
3. Énoncer le théorème de dérivation sous le signe somme.
4. Donner la définition d'une application $f : E \to F$ différentiable en $a \in E$.
5. Énoncer le théorème de Dirichlet.

Questions de cours II

1. Énoncer le théorème de comparaison de séries entières dont les termes généraux sont équivalents.
2. Donner le développement en série entière de la fonction $x \mapsto \ln(1+x)$.
3. Énoncer le théorème de dérivation sous le signe somme.
4. Donner la définition d'une application $f : E \to F$ différentiable en $a \in E$.
5. Énoncer le théorème de Dirichlet.
6. Écrire la définition d'un minimum local de $f : \mathbb{R}^n \to \mathbb{R}$ en a.

Questions de cours II

1. Énoncer le théorème de comparaison de séries entières dont les termes généraux sont équivalents.
2. Donner le développement en série entière de la fonction $x \mapsto \ln(1+x)$.
3. Énoncer le théorème de dérivation sous le signe somme.
4. Donner la définition d'une application $f : E \to F$ différentiable en $a \in E$.
5. Énoncer le théorème de Dirichlet.
6. Écrire la définition d'un minimum local de $f : \mathbb{R}^n \to \mathbb{R}$ en a.
7. Énoncer le lemme de Riemann-Lebesgue.

Questions de cours II

1. Énoncer le théorème de comparaison de séries entières dont les termes généraux sont équivalents.
2. Donner le développement en série entière de la fonction $x \mapsto \ln(1+x)$.
3. Énoncer le théorème de dérivation sous le signe somme.
4. Donner la définition d'une application $f : E \to F$ différentiable en $a \in E$.
5. Énoncer le théorème de Dirichlet.
6. Écrire la définition d'un minimum local de $f : \mathbb{R}^n \to \mathbb{R}$ en a.
7. Énoncer le lemme de Riemann-Lebesgue.
8. Donner les implications entre la convergence normale, absolue, simple, uniforme.

Questions de cours II

1. Énoncer le théorème de comparaison de séries entières dont les termes généraux sont équivalents.
2. Donner le développement en série entière de la fonction $x \mapsto \ln(1+x)$.
3. Énoncer le théorème de dérivation sous le signe somme.
4. Donner la définition d'une application $f : E \to F$ différentiable en $a \in E$.
5. Énoncer le théorème de Dirichlet.
6. Écrire la définition d'un minimum local de $f : \mathbb{R}^n \to \mathbb{R}$ en a.
7. Énoncer le lemme de Riemann-Lebesgue.
8. Donner les implications entre la convergence normale, absolue, simple, uniforme.
9. Énoncer l'inégalité de Bessel.

Questions de cours II

1. Énoncer le théorème de comparaison de séries entières dont les termes généraux sont équivalents.
2. Donner le développement en série entière de la fonction $x \mapsto \ln(1+x)$.
3. Énoncer le théorème de dérivation sous le signe somme.
4. Donner la définition d'une application $f : E \to F$ différentiable en $a \in E$.
5. Énoncer le théorème de Dirichlet.
6. Écrire la définition d'un minimum local de $f : \mathbb{R}^n \to \mathbb{R}$ en a.
7. Énoncer le lemme de Riemann-Lebesgue.
8. Donner les implications entre la convergence normale, absolue, simple, uniforme.
9. Énoncer l'inégalité de Bessel.
10. Écrire la définition d'une suite de fonctions $(f_n)_{n\in\mathbb{N}}$ qui converge uniformément vers f sur un intervalle I (en terme d'epsilons...).

Le Pictionamaths

1. La nappe d'équation $z = (y - x)^2 + 3$
2. La nappe d'équation $z = x^2 + y^2 + 3$.
3. Une dérivée directionnelle
4. Une dérivée partielle
5. Un minimum local
6. Un minimum global
7. Un point selle
8. Une suite de fonction convergeant simplement
9. Une suite de fonctions ne convergeant pas simplement
10. Une suite de fonction convergeant uniformément
11. Une fonction périodique
12. Un polynôme trigonométrique
13. Une fonction différant au moins en un point de sa série de Fourier
14. Une fonction égale partout à sa série de Fourier
15. Un rayon de convergence
16. Une licorne