



Devoir Maison 3

La présentation doit être soignée et toutes les questions doivent être justifiées. La réflexion en groupe est autorisée mais la rédaction des solutions doit être **personnelle**. La moindre suspicion de recopiage annulera la copie du copieur et du copié.

Exercice 1. (10 points) On considère la fonction suivante définie sur \mathbb{R} par

$$f(x) = -3024 - 216x + 27x^2 + 2x^3.$$

1. Pour tout $x \in \mathbb{R}$, calculer $f'(x)$.
2. Comment est orientée la parabole associée à f' ? Justifier.
3. Déterminer l'abscisse puis l'ordonnée de son extremum.
4. En déduire le tableau de variations de f' .
5. Calculer le discriminant associé à f' .
6. Combien f' a-t-elle de racines? Justifier. Calculer les racines s'il en existe.
7. A l'aide de la question précédente et de l'allure de la parabole, établir le tableau de signe de f' .
8. En déduire le tableau de variations de f .
9. Calculer $f(-12)$ et $f(3)$ et compléter le tableau de variations de f .
10. Quel est le signe de f sur $] -\infty; 3]$? Justifier.

Exercice 2. (11 points). On possède deux pièces. La pièce A est équilibrée et tombe en moyenne autant de fois sur pile que sur face. La pièce A' , elle, n'est pas équilibrée et tombe une seule fois sur dix sur pile. Soit n le nombre de fois où l'on lance la pièce. On note alors X_n le nombre de fois où l'on a obtenu pile en lançant n fois la pièce A et X'_n le nombre de fois où l'on a obtenu pile en lançant n fois la pièce A' .

1. Quelles sont les lois de la variable aléatoire X_n et de la variable aléatoire X'_n ? Préciser les paramètres de ces lois.

Pour tout entier $n \geq 2$, on définit les suites $(u_n)_{n \geq 2}$, $(v_n)_{n \geq 2}$, $(u'_n)_{n \geq 2}$, $(v'_n)_{n \geq 2}$ de la façon suivante :

$$\begin{aligned} u_n &= \mathbb{P}\left(X_n = \frac{n}{2}\right) & v_n &= \mathbb{P}\left(X_n = \frac{n}{10}\right) \\ u'_n &= \mathbb{P}\left(X'_n = \frac{n}{2}\right) & v'_n &= \mathbb{P}\left(X'_n = \frac{n}{10}\right). \end{aligned}$$

On suppose $n = 2$ dans les questions 2-6.

2. Enoncer par une phrase en français à quoi correspond u_2 .
3. Dessiner l'arbre des probabilités associé aux lancers de la pièce A .
4. Ecrire sous forme PP , PF etc... les issues vérifiant l'évènement $X_2 = 1$.
5. En déduire u_2 .
6. Pourquoi ne peut-on pas calculer v_2 ?

Prière de tourner la page.



On suppose maintenant que $n = 10$.

7. A l'aide de la calculatrice, calculer u_{10} et v_{10} . On précisera à chaque fois la commande utilisée. Comparer u_{10} et v_{10} (quelle est la valeur la plus grande?).
8. Calculer u'_{10} et v'_{10} et les comparer.

On fait maintenant varier n .

9. A l'aide de la calculatrice, remplir le tableau suivant :

| n | 10 | 20 | 30 | 40 | 50 |
|--------|----|----|----|----|----|
| u_n | | | | | |
| v_n | | | | | |
| u'_n | | | | | |
| v'_n | | | | | |

10. Comparer la suite $(u_n)_{n \geq 2}$ et la suite $(v_n)_{n \geq 2}$ puis comparer la suite $(u'_n)_{n \geq 2}$ avec la suite $(v'_n)_{n \geq 2}$.
11. Proposer une explication à de telles observations.