Corrigé du contrôle 1

Solution de l'exercice 1.

1. L'ordonnée à l'origine de f est $c = -4$ car $f(0) = -2 \times 0^2 + 9 \times 0 - 4 = -4$.
2. Le coefficient $a = -2$ étant strictement négatif, on en déduit que la parabole $\mathscr{P}$ associée à f est orientée « vers le bas ».
3. De la question précédente, on en déduit que l'extremum est un maximum.
4. L'abscisse de ce maximum est donnée par la formule $x_0 = \frac{-b}{2a}$. Or ici $b = 9$ et $a = -2$. On en déduit donc que
$$x_0 = \frac{-9}{2 \times (-2)} = \frac{9}{4} = 2,25.$$
5. L'ordonnée de ce maximum est l'image de x_0 par f, c'est-à-dire
$$\begin{aligned} f(x_0) = f\left(\frac{9}{4}\right) &= -2 \times \left(\frac{9}{4}\right)^2 + 9 \times \frac{9}{4} - 4 \\ &= -2 \times \frac{81}{16} + \frac{81}{4} - \frac{16}{4} = -\frac{81}{8} + \frac{65}{4} = -\frac{81}{8} + \frac{130}{8} = \frac{49}{8} = 6,125. \end{aligned}$$
6. A l'aide des questions précédentes, on en déduit que le tableau de variation de f est donné par :

x	$-\infty$	2,25	$+\infty$
$f(x)$	$-\infty$ $\nearrow$	6,125	$\searrow$ $-\infty$

Solution de l'exercice 2.

1. Faux. Le coefficient a est strictement positif car la parabole $\mathscr{C}_g$ est orientée « vers le haut ». Par conséquence le coefficient a ne peut pas être égal à -4.
2. Vrai. La parabole coupe l'axe des ordonnées au point $(0;4)$ ce qui implique que $g(0) = c = 4$.
3. Faux. Graphiquement, l'abscisse du sommet de la parabole vaut 5 et n'est pas négative.
4. Faux. La parabole coupe l'axe des abscisses en deux points (graphiquement $(2;0)$ et $(8;0)$) en conséquence on sait que l'équation $g(x) = 0$ possède deux solutions. Cette dernière affirmation n'est possible si et seulement si le discriminant associé est strictement positif. Donc le discriminant ne peut pas être négatif.
5. Vrai. La parabole coupe l'axe des abscisses au point $(2;0)$ donc $g(2) = 0$ et donc 2 est une racine du polynôme.