



Contrôle 1

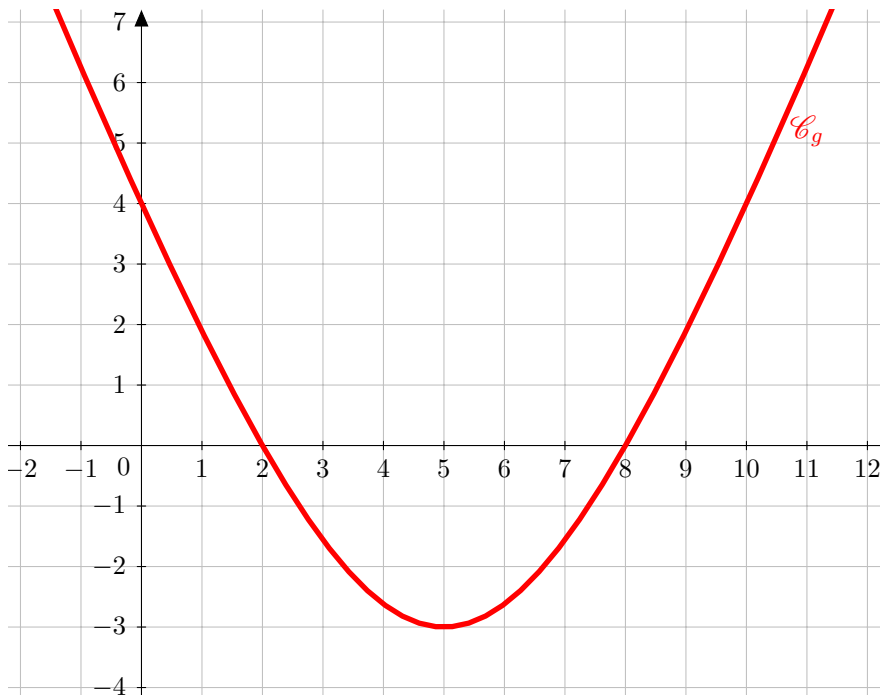
Le barème est donné à titre indicatif. Une attention particulière à la qualité de la présentation de la copie et à la clarté des raisonnements est attendue. Calculatrice autorisée.

Exercice 1. (6 points). On considère la fonction polynôme f définie pour tout réel x par

$$f(x) = -2x^2 + 9x - 4.$$

1. Quelle est l'ordonnée à l'origine ?
2. Comment la parabole \mathcal{P} associée à f est-elle orientée ? Justifier.
3. L'extremum de \mathcal{P} est-il un minimum ou un maximum ?
4. Calculer x_0 l'abscisse de cet extremum.
5. En déduire l'ordonnée de cet extremum.
6. Tracer le tableau de variation de f .

Exercice 2. (5 points). On considère la fonction polynôme g dont la parabole \mathcal{C}_g est donnée par le graphique suivant :



On note a , b et c les coefficients du polynôme g : pour tout réel x ,

$$g(x) = ax^2 + bx + c.$$

Prière de tourner la page.



Les affirmations suivantes sont-elles vraies ou fausses ? **Justifier** votre réponse.

1. Le coefficient a vaut -4 .
2. Le coefficient c vaut 4 .
3. L'abscisse du sommet est négative.
4. Le discriminant est négatif.
5. La valeur 2 est une racine du polynôme.

Exercice 3. (*9 points + 2 points bonus*). Une entreprise produit et vend des petites montres à raison de 0 à 24 montres par jour. On note

- x le nombre journalier de montres produites et vendues,
- $R(x)$ la recette journalière associée à la vente de x montres c'est-à-dire ce que gagne l'entreprise en venant x montres.
- $C(x)$ le coût journalier associé à la production de x montres, c'est-à-dire ce que doit dépenser l'entreprise pour produire x montres.
- $B(x)$ le bénéfice réalisé dans la journée par l'entreprise c'est-à-dire la recette moins le coût : $B(x) = R(x) - C(x)$.

Une étude préliminaire des coûts de production des montres nous donne le profil suivant pour le coût :

$$C(x) = x^2 - 4x + 20.$$

1. Calculer le coût fixe de l'entreprise, c'est-à-dire ce que doit payer l'entreprise même si elle ne produit aucune montre.
2. Sachant que chaque montre est vendue 20 € exprimer la recette $R(x)$ en fonction de x .
3. En déduire que (*on détaillera les étapes de calcul*)

$$B(x) = -x^2 + 24x - 20.$$

On pourra admettre le résultat de la question pour poursuivre.

4. Calculer $B(24)$. Quel est son signe ? Qu'est-ce que cela signifie pour l'entreprise ?
5. L'entreprise souhaite connaître le nombre de montres qu'elle doit produire et vendre pour réaliser un bénéfice exactement égal à 60 €. Montrer que cela revient à résoudre l'équation suivante :

$$-x^2 + 24x - 80 = 0.$$

6. Calculer le discriminant associé à $-x^2 + 24x - 80$.
7. En déduire toutes les solutions de l'équation $-x^2 + 24x - 80 = 0$.
8. Combien de montres l'entreprise doit-elle produire et vendre pour réaliser un bénéfice exactement égal à 60 € ?
9. Calculer x_0 l'abscisse du sommet de la parabole associée à B .
10. A quoi correspond x_0 pour l'entreprise ?
11. Calculer alors le bénéfice maximal que peut obtenir l'entreprise.