Exercices du chapitre V (loi binomiale)

Exercice 1. On joue avec un dé à quatre faces, dit tétraédrique (tétra=quatre). On gagne lorsque l'on obtient le numéro 1.

1. Exprimer la probabilité de succès.
2. En déduire la probabilité d'échec.

On lance deux fois le dé.

3. Justifier que cette situation est un schéma de Bernoulli. Donner les paramètres n et p associés.
4. Déterminer la probabilité d'obtenir les deux fois un 1.
5. Déterminer la probabilité d'obtenir une fois exactement le 1.

Exercice 2. Un employé d'une plate-forme téléphonique remarque qu'il traite la demande d'un client en moins de deux minutes avec une probabilité de $0,3$ et cela indépendamment des clients précédents.

1. Justifier que l'appel d'un client peut se modéliser par une épreuve de Bernoulli et présenter la loi de Bernoulli dans un tableau.
2. Trois clients appellent successivement. Traduire la situation par un arbre pondéré.
3. Calculer la probabilité de l'évènement A : « L'employé a traité chacune des demandes en moins de deux minutes ».

Exercice 3. Medhi et Mélissa jouent aux fléchettes. Pour marquer un point, il faut tirer dans un disque rouge au milieu de la cible. On s'aperçoit que Medhi réussit son tir avec une probabilité de $0,16$. On note S l'évènement « Le tir est réussi » et $\bar{S}$ son contraire.

1. Indiquer les probabilités de S et $\bar{S}$.
2. Medhi fait quatre lancers que l'on suppose indépendants. On note X le nombre de lancers réussis. Représenter la situation par un arbre.

Arrondir les résultats des questions suivantes à 4 chiffres après la virgule.

3. Calculer les probabilités des évènements suivants :
   A : « aucune fléchette n'atteint la zone rouge »,
   B : « les quatre balles atteignent la zone rouge ».
4. Compter le nombre de branches réalisant l'évènement $\{X = 2\}$.
5. Calculer $\mathbb{P}(X = 2)$.
6. En déduire la probabilité de l'évènement :
   C : « deux fléchettes exactement atteignent la zone rouge ».
7. Calculer $\mathbb{P}(X = 1)$. Interpréter le résultat.

Exercice 4. Un test d'aptitude consiste à poser à chaque candidat une série de quatre questions. Pour chacune d'elles, deux réponses sont possibles dont une seule est correcte. On suppose qu'un candidat répond au hasard à chaque fois (ce qui correspond donc à avoir l'équiprobabilité des réponses). On note V l'évènement « la réponse est correcte » et F l'évènement « la réponse est fausse ».

1. A l'aide d'un arbre, représenter les seize issues possibles.
2. En déduire la probabilité que le candidat réponde bon à une et une seule question.
3. Calculer la probabilité que le candidat réponde bon aux quatre questions posées.

On note X la variable aléatoire égale au nombre de réponses correctes données par le candidat.

4. Quelles sont les différentes valeurs de X ?
5. Exprimer la loi de probabilité de X.
6. Calculer $\mathbb{P}(X < 3)$ et interpréter concrètement le résultat.
7. Un candidat sera reconnu apte s'il donne au moins trois réponses correctes. Quelle est la probabilité que notre candidat répondant au hasard soit reconnu apte ?

Exercice 5. Trois communes voisines A, B et C possèdent chacune une association d'aide à domicile. Pour améliorer leur fonctionnement, ces trois communes envisagent trois hypothèses :

- Hypothèse 1 : création d'un seul local plus grand à la frontière des trois communes.
- Hypothèse 2 : regroupement des services par catégorie (le sérvice médical à A, le service des repas à B et le service des transports à C).
- Hypothèse 3 : maintien de la situation actuelle mais création d'un emploi supplémentaire dans chaque association.

Un consultation à bulletins secrets est organisée dans les trois villages afin de connaître l'opinion de la population à ce sujet. On présente les résultats dans la feuille de calcul suivante (la plage des cellules **B7 :E7** est au format pourcentage à deux décimales.

	A	B	C	D	E
1		Hypothèse 1	Hypothèse 2	Hypothèse 3	**Total**
2	Commune A	58	118	98	274
3	Commune B	212	116	154	482
4	Commune C	216	202	176	594
5	**Total**	486	436	428	1350
6	Pourcentage	36,00%			

Partie A : tableur.

8. Donner la formule rentrée en **B6** pour obtenir la plage de cellules **B6 :E6** par glissage.
9. Donner la formule rentrée en **B7** pour obtenir la plage de cellules **B7 :D7** par glissage.

Partie B : probabilités.

A l'issue du vote, les 1 350 bulletins exprimés ont été regroupés dans la même urne.

10. On tire au hasard un bulletin de l'urne. Calculer la probabilité de l'évènement S « le bulletin est celui d'une personne ayant voté en faveur de l'hypothèse 1 ».
11. On tire successivement sans remise 5 bulletins de l'urne. Critiquer le fait que cette expérience corresponde à un schéma de Bernoulli.
12. On admet que cette expérience correspond à un schéma de Bernoulli. Calculer la probabilité pour qu'au moins un des bulletins soit celui d'une personne ayant voté en faveur de l'expérience 1.