



## Correction du contrôle 3

**Solution de l'exercice 1.** Pour cette première expression, on utilise pour les deux termes la simple distributivité :

$$\begin{aligned}A_1 &= x(5 - x) - 10\left(\frac{x}{2} - \frac{3}{4}\right) \\&= 5 \times x - x \times x - 10 \times \frac{x}{2} - 10 \times \left(-\frac{3}{4}\right) \\&= 5x - x^2 - 5 \times 2 \times \frac{x}{2} + 5 \times 2 \times \frac{3}{4} \\&= 5x - x^2 - 5x + \frac{5 \times 3}{2} \\&= -x^2 + \frac{15}{2}.\end{aligned}$$

Pour la deuxième expression, on utilise de la double distributivité pour les deux termes :

$$\begin{aligned}A_2 &= (x + 2)(x - 6) - (3 - x)(2 - 4x) \\&= x^2 - 6x + 2x - 12 - (6 - 12x - 2x + 4x^2) \\&= x^2 - 6x + 2x - 12 - 6 + 12x + 2x - 4x^2 \\&= -3x^2 + 10x - 18.\end{aligned}$$

Pour la troisième expression une méthode acceptable est de développer par une double distributivité. Mais la bonne méthode est de repérer l'identité remarquable  $(a - b)(a + b) = a^2 - b^2$  avec  $a = x$  et  $b = 4$ . D'où,

$$A_3 = (x + 4)(x - 4) = x^2 - 4^2 = x^2 - 16.$$

Enfin pour la quatrième expression on utilise les identités remarquables pour développer les carrés :

$$\begin{aligned}A_4 &= (x + 3)^2 - 2(x - 5)^2 \\&= x^2 + 2 \times 3 \times x + 3^2 - 2(x^2 - 2 \times 5 \times x + 5^2) \\&= x^2 + 6x + 9 - 2(x^2 - 10x + 25) \\&= x^2 + 6x + 9 - 2x^2 + 20x - 50 \\&= -x^2 + 26x - 41.\end{aligned}$$

**Solution de l'exercice 2.** Pour la première expression, on repère le facteur commun  $(x - 7)$  :

$$\begin{aligned}B_1 &= (x - 7)(3x + 2) - (2x + 5)(x - 7) \\&= (x - 7)(3x + 2 - (2x + 5)) \\&= (x - 7)(3x + 2 - 2x - 5) \\&= (x - 7)(x - 3).\end{aligned}$$



Pour la deuxième expression, on reconnaît l'identité remarquable  $a^2 - 2ab + b^2 = (a - b)^2$ . En identifiant, on veut  $a^2 = 4x^2 = 2^2x^2 = (2x)^2$  et  $b^2 = 16 = 4^2$ . On prend donc  $a = 2x$  et  $b = 4$  et on vérifie que  $2ab = 2 \times 2x \times 4 = 16x$ . D'où,

$$B_2 = 4x^2 - 16x + 16 = (2x - 4)^2.$$

Pour la troisième expression, puisque 45 n'est pas un carré, on ne peut pas appliquer l'identité remarquable  $a^2 - b^2 = (a - b)(a + b)$ . Par contre, on repère que 5 est facteur commun aux deux termes, on commence donc par factoriser par 5 :

$$B_3 = 5x^2 - 45 = 5x^2 - 5 \times 9 = 5(x^2 - 9).$$

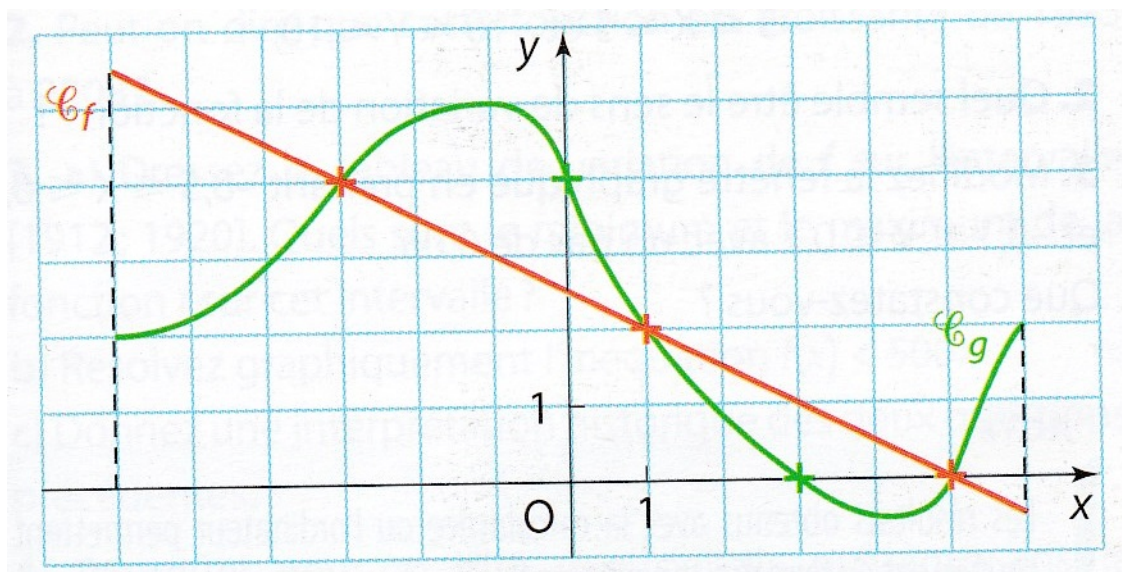
Cette fois-ci, 9 est un carré, on peut donc appliquer l'identité remarquable pour terminer la factorisation :

$$B_3 = 5(x^2 - 3^2) = 5(x - 3)(x + 3).$$

Dans le quatrième terme, on reconnaît l'identité remarquable  $a^2 - b^2 = (a - b)(a + b)$ . D'où,

$$B_4 = 36x^2 - 25 = 6^2x^2 - 5^2 = (6x)^2 - 5^2 = (6x - 5)(6x + 5).$$

### Solution de l'exercice 3.



1. Le réel  $x$  est solution de l'équation  $f(x) = g(x)$  si et seulement si  $x = -3$  ou  $x = 1$  ou  $x = 5$ .
2. Le réel  $x$  est solution de l'équation  $g(x) = 4$  si et seulement si  $x = -3$  ou  $x = 0$ .
3. L'ensemble solution de l'inéquation  $g(x) > 0$  est  $[-6; 3[ \cup ]5; 6]$ .
4. L'ensemble solution de l'inéquation  $g(x) > f(x)$  est  $] -3; 1[ \cup ]5; 6]$ .
5. L'ensemble solution de l'inéquation  $f(x) \leq g(x)$  est  $[-3; 1] \cup [5; 6]$ .
6. D'après la question précédente, on sait que  $f(x) - g(x) \leq 0 \Leftrightarrow f(x) \leq g(x) \Leftrightarrow x \in [-3; 1] \cup [5; 6]$ . Donc  $f(x) - g(x)$  est négatif sur  $[-3; 1] \cup [5; 6]$  et positif ailleurs :

$x$	-6	-3	1	5	6			
$f(x) - g(x)$		+	0	-	0	+	0	-



**Exercice 4.** (6 points). Un particulier déménage et souhaite louer un camion. Deux formules lui sont proposées.

- Formule 1 : 460 € au départ puis 3,5 € par kilomètre.
- Formule 2 : 1000 € au départ puis 2 € par kilomètre.

On note  $x$  le nombre de kilomètres parcourus,  $f_1(x)$  le prix associé dans la formule 1 et  $f_2(x)$  celui de la formule 2.

1. (2 points) Exprimer  $f_1(x)$  et  $f_2(x)$  en fonction de  $x$ .
2. Résoudre l'équation  $f_1(x) = f_2(x)$ .
3. A quoi correspond concrètement pour notre particulier la résolution de l'inéquation  $f_1(x) < f_2(x)$ .
4. Résoudre cette inéquation  $f_1(x) < f_2(x)$ .
5. Le particulier doit parcourir 340 kilomètres. Quelle est la formule la plus avantageuse dans ce cas ? Justifier.

**Solution de l'exercice 4.**

1. Le prix  $f_1(x)$  de la formule 1 est donné par

$$f_1(x) = 460 + 3,5x.$$

Tandis que le prix de la formule 2 est donné par

$$f_2(x) = 1000 + 2x.$$

2. Soit  $x$  un réel,

$$\begin{aligned} f_1(x) = f_2(x) &\Leftrightarrow 460 + 3,5x = 1000 + 2x \\ &\Leftrightarrow 460 + 3,5x - 460 = 1000 + 2x - 460 \\ &\Leftrightarrow 3,5x = 540 + 2x \\ &\Leftrightarrow 3,5x - 2x = 540 \\ &\Leftrightarrow 1,5x = 540 \\ &\Leftrightarrow x = \frac{540}{1,5} = \frac{5400}{15} = \frac{1080}{3} = 360. \end{aligned}$$

3. L'inéquation  $f_1(x) < f_2(x)$  correspond au fait que le prix de la formule 1 est plus bas et donc plus avantageux que le prix de la formule 2.
4. On reprend les calculs précédents :

$$\begin{aligned} f_1(x) < f_2(x) &\Leftrightarrow 460 + 3,5x < 1000 + 2x \\ &\Leftrightarrow 460 + 3,5x - 460 < 1000 + 2x - 460 \\ &\Leftrightarrow 3,5x < 540 + 2x \\ &\Leftrightarrow 3,5x - 2x < 540 \\ &\Leftrightarrow 1,5x < 540. \end{aligned}$$

Pour conclure, on divise par 1,5. Notez que puisque 1,5 est positif, on ne change pas le signe de l'inégalité :

$$f_1(x) < f_2(x) \Leftrightarrow x < \frac{540}{1,5} = 360.$$

5. Le particulier parcourt  $x = 340$  kilomètres. On sait que  $x = 340 < 360$ . Donc d'après la question précédente, on a  $f_1(340) < f_2(340)$  c'est-à-dire que pour 340 kilomètres, la formule 1 est plus avantageuse que la formule 2 dans ce cas.