



Colle du 18/09 - Sujet 1
Logique, raisonnement et trigonométrie

Question de cours.

1. Soit $(a, b) \in \mathbb{R}^2$. Linéariser $\sin(a)\sin(b)$.
2. Énoncer et démontrer les formules de l'angle moitié.

Exercice 1. Déterminer l'ensemble des réels $x \in \mathbb{R}$ tels que $\cos(2x) = \cos(x)$.

Exercice 2. On considère la suite $(S_n)_{n \geq 2}$ définie pour tout $n \geq 2$, par

$$S_n = \sum_{k=1}^n \frac{1}{k}.$$

Démontrer que pour tout $n \geq 2$, on a $S_n \notin \mathbb{N}$.

Indication : démontrer que $S_n = p_n/q_n$ avec p_n impair et q_n pair en regardant S_{2n} puis S_{2n+1} .



Colle du 18/09 - Sujet 2
Logique, raisonnement et trigonométrie

Question de cours.

1. Soit $(a, b) \in \mathbb{R}^2$. Développer $\sin(a+b)$.
2. Démontrer que la fonction cosinus est dérivable sur \mathbb{R} .

Exercice 1. Déterminer l'ensemble des réels $x \in \mathbb{R}$ tels que $\cos(x) + \sqrt{3}\sin(x) = 1$.

Exercice 2. Déterminer toutes les applications $f : \mathbb{N} \rightarrow \mathbb{R}$ telles que

$$\forall (n, m) \in \mathbb{N}^2, \quad f(n+m) = f(n)f(m).$$



Colle du 18/09 - Sujet 3
Logique, raisonnement et trigonométrie

Question de cours.

1. Soit $x \in \mathbb{R}$. Linéariser $\cos^2(x)$.
2. Soit $(p, q) \in \mathbb{R}^2$. Factoriser $\cos(p) + \cos(q)$ et démontrer cette formule.

Exercice 1. Soient a et b deux réels. Démontrer que

$$(\forall \varepsilon > 0, a < b + \varepsilon) \Leftrightarrow a \leq b.$$

Exercice 2. Déterminer l'ensemble des réels $x \in \mathbb{R}$ tels que $\sin(2x) = 3 \tan(x)$.