



**Colle du 06/11 - Sujet 1**  
**Calculs algébriques et réels**

**Question de cours.** Énoncer et démontrer la formule du binôme de Newton.

**Exercice 1.** Simplifier l'expression suivante :

$$A = \sqrt{(a+1)^2 - 4a} + \sqrt{(a-1)^2 + 4a}.$$

**Exercice 2.**

1. Soient  $n \in \mathbb{N}^*$  et  $p \in \mathbb{N}^2$ . Calculer  $\sum_{\omega \in \mathbb{U}_n} \omega^p$ .
2. Soient  $n \in \mathbb{N}^*$  et  $\omega = e^{i\frac{2\pi}{n}}$ . Calculer  $\sum_{k=0}^{n-1} (1 + \omega^k)^n$ .



**Colle du 06/11 - Sujet 2**  
**Calculs algébriques et réels**

**Question de cours.** Énoncer et démontrer la formule de  $\sum_{k=1}^n k^2$ .

**Exercice 1.** Soit  $n \in \mathbb{N}^*$ . Calculer  $\prod_{p=1}^n \sum_{k=0}^p 2^{p!k}$ .

**Exercice 2.** Soit  $m \in \mathbb{R}$ . Suivant les valeurs de  $m$ , déterminer l'ensemble solution de l'équation suivante d'inconnue  $x \in \mathbb{R}$ ,

$$\sqrt{x} + \sqrt{x+1} = m.$$



**Colle du 06/11 - Sujet 3**  
**Calculs algébriques et réels**

**Question de cours.** Existence et unicité de la partie entière.

**Exercice 1.** Sans calculer de discriminant, résoudre l'équation suivante d'inconnue  $x \in \mathbb{R}$ ,

$$x^6 + \sqrt{2}x^3 - \sqrt{3}x^3 - \sqrt{6} = 0.$$

**Exercice 2.** Pour tout  $n \in \mathbb{N}$ ,  $n \geq 2$ , on pose  $P_n = \prod_{k=2}^n \frac{k^3-1}{k^3+1}$ .

1. Montrer que  $P_n = \frac{2}{n(n+1)} \prod_{k=2}^n \frac{k^2+k+1}{k^2-k+1}$ .
2. En déduire  $P_n$ .