Interrogation 15
Suites et polynômes

Nom/Prénom :

Note :

1. Pour tout $n \in \mathbb{N}$, on pose $u_n = n\,(-1)^n$. Montrer que la suite $(u_n)_{n\in\mathbb{N}}$ diverge.

....

....

....

....

....

....

....

2. Pour tout $n \in \mathbb{N}$, on définit u_n comme le reste de la division euclidienne de n par 3. Montrer que $(u_n)_{n\in\mathbb{N}}$ diverge.

....

....

....

....

....

....

....

3. Déterminer, si elle existe, la limite de la suite $(u_n)_{n\in\mathbb{N}}$ définie pour tout $n \in \mathbb{N}$ par $u_n = 3 + 2i + \left(\frac{4+3i}{10}\right)^n$.

....

....

....

....

....

....

....

4. Déterminer, si elle existe, la limite de la suite $(u_n)_{n\in\mathbb{N}}$ définie pour tout $n \in \mathbb{N}$ par $u_n = \left(1+\frac{1}{n}\right)^n + 5i\frac{\operatorname{sh}\left(\frac{1}{n}\right)-\sin\left(\frac{1}{n}\right)}{n^3}$.

....

....

....

....

....

....

....

....

5. Déterminer la monotonie de la suite $(u_n)_{n\in\mathbb{N}^*}$ définie pour tout $n \in \mathbb{N}^*$, $u_n = \frac{n}{3^n}$.

....

....

....

....

....

....

....

....

6. Déterminer la monotonie de la suite $(u_n)_{n\in\mathbb{N}^*}$ définie pour tout $n \in \mathbb{N}^*$ par $u_n = \displaystyle\sum_{k=1}^{n} \frac{1}{k^4}$.

....

....

....

....

....

....

....

....

7. On pose $A = \begin{pmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 1 \end{pmatrix}$ et $P = 2X^2 - 5X + 3$. Calculer $P(A)$.

....

....

....

....

....

....

....

8. On pose $A = \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 2 & 0 \end{pmatrix}$ et $P = 3 - 5X - 2X^2 + X^{10}$. Calculer $P(A)$.

....

....

....

....

....

....

....

9. On pose $P = X^3 - 2X^2 + 5$ et $Q = 3X^2 - 2$. Calculer $P \circ Q$ et donner son degré.

....

....

....

....

....

....

....

10. On pose $P = \sum_{k=0}^{n} \frac{X^k}{k!}$, avec $n \in \mathbb{N}$ et $Q = -X^5$. Calculer $P \circ Q$ et donner son degré.

....

....

....

....

....

....

....

11. *A ne traiter qu'une fois toutes les autres questions résolues.* Soit $(u_n)_{n\in\mathbb{N}}$ la suite définie par $u_0 = 1$ et pour tout $n \in \mathbb{N}$, $u_{n+1} = \sqrt{12 - u_n}$. Démontrer que pour tout $n \in \mathbb{N}$, u_n est bien définie et appartient à $[1;4]$. En déduire que $(u_n)_{n\in\mathbb{N}}$ converge et déterminer sa limite.