



Programme de colles 03 calculs algébriques et dans \mathbb{R}

Quinzaine du 15 octobre au 11 novembre

Les points marqués ★ ne seront au programme qu'à partir du mardi 16/10 (inclus).

Calculs algébriques

1. Notation \sum et \prod .
2. Règles élémentaires de manipulation.
3. Formule de changement d'indice du type $\tilde{k} = k + r$ et $\tilde{k} = n - k$.
4. Somme et produit télescopique. Sommation par paquets, somme des pairs/impairs.
5. Sommes usuelles : d'une constante, $\sum_{k=1}^n k$, $\sum_{k=1}^n k^2$, $\sum_{k=1}^n k^3$.
6. Rappels sur les suites arithmétiques et les suites géométriques. Somme d'une suite arithmétique. Somme d'une suite géométrique.
7. Factorisation de $a^n - b^n$.
8. Définition de factorielle n et du coefficient binomial.
9. Formule $\binom{n}{k} = \binom{n}{n-k}$, formule de Pascal, formule du binôme de Newton.
10. Sommes doubles : indexées par un rectangle, par un triangle. Cas des variables séparées. Carré d'une somme simple.

Calculs dans \mathbb{R}

1. Définition des ensembles de base \mathbb{N} , \mathbb{Z} , \mathbb{D} , \mathbb{Q} , \mathbb{R} .
2. Propriétés élémentaires de la relation d'ordre \leq compatibilité avec $+$, \times , le passage à l'inverse, le carré.
3. Définition du majorant, minorant, partie majorée, minorée, bornée.
4. Définition du maximum, minimum, borne supérieure, borne inférieure.
5. Théorème (admis) : toute partie non vide et majorée admet une borne supérieure. Caractérisation de la borne supérieure. De même pour la borne inférieure.
Pas d'exercice trop théorique nous découperont les ε en douze au second semestre.
6. Définition d'un intervalle et classification des intervalles.
7. Propriété d'Archimède, définition de la partie entière, graphe et propriétés élémentaires.
8. ★ Valeur absolue, graphe et propriétés élémentaires.
9. ★ Distance entre deux réels, inégalité triangulaire.
10. ★ Résolutions d'équations avec valeur absolue ou racine carrée. Systèmes d'équations (sans attendre théorique le chapitre système d'équations sera traité ultérieurement).
Ce point peut-être demandé lundi en exercice avec un peu d'indulgence.

Questions de cours

1. Formule de $\sum_{k=1}^n k^2$ et démonstration à l'aide de la formule $\sum_{k=1}^n k$.
2. Énoncé et démonstration de la somme $\sum_{k=q}^p u_k$, pour $(u_k)_{k \in \mathbb{N}}$ une suite géométrique.
3. Énoncé et démonstration de la formule de binôme de Newton.
4. Existence et unicité de la partie entière.
5. Détermination des intervalles bornés de \mathbb{R} .