



Programme de colles 06

Equations différentielles et calcul matriciel

Quinzaine du 10 au 23 décembre

Equations différentielles d'ordre 2

1. Equations différentielles d'ordre 2 à coefficients constants $ay'' + by' + cy = d(x)$, équation homogène associée.
2. Stabilité de l'ensemble des solutions de l'équation homogène par combinaison linéaire.
3. Equation caractéristique associée.
4. Ensemble des solutions complexes de l'équation homogène.
5. Ensemble des solutions réelles de l'équation homogène.
6. Structure de l'ensemble des solutions de l'équation non homogène $\mathcal{S} = y_p + \mathcal{S}_0$, avec y_p une solution.
7. Principe de superposition.
8. Recherche de la solution particulière lorsque le second membre est du type $P(x)e^{mx}$ où $P(x)$ est un polynôme.
9. Problème de Cauchy. Unicité et existence de la solution (admis).

Calcul matriciel

1. Définition d'une matrice, d'un vecteur ligne ou colonne. Addition de deux matrices et multiplication par un scalaire.
2. Produit matriciel et compatibilité avec l'addition.
3. Définition des matrices carrées et de la matrice identité. Non intégrité de $\mathcal{M}_n(\mathbb{R})$.
4. Matrices diagonales, stabilité de l'ensemble des matrices diagonales.
5. Matrices triangulaires supérieures, stabilité.
6. Définition de la puissance d'une matrice. Formule du binôme de Newton et égalité de Bernoulli lorsque les matrices commutent.
7. Matrices inversibles. Théorème admis : si une matrice est inversible à droite ou à gauche alors elle est inversible. Inverse du produit.
8. Transposée d'une matrice. Linéarité. Transposée d'un produit.
9. Matrices symétriques, antisymétriques, stabilité des ensembles.
10. Trace d'une matrice. Linéarité. Trace d'un produit.

Questions de cours

1. Démontrer que $t \mapsto e^{rt}$ est une solution de (E_0) si et seulement si r est une solution de l'équation caractéristique.
2. A l'aide des solutions complexes, déterminer l'ensemble des solutions réelles lorsque le discriminant de l'équation caractéristique est **strictement négatif**.
3. Démonstration de la formule de la transposée du produit.
4. Démonstration de la formule de la trace du produit.