



Révisions de Noël

Pour Vendredi 28/12

I Question de cours

Énoncer les formules de l'angle moitié.

II S'entraîner

On pose $P = \begin{pmatrix} 1 & 1 & 1 \\ -2 & 0 & -1 \\ 0 & 1 & 0 \end{pmatrix}$ et $A = \begin{pmatrix} 8 & 4 & -7 \\ -8 & -4 & 8 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$.

II.1 Calculer le rang de P et en déduire que P est inversible.

II.2 Calculer P^{-1} .

II.3 Calculer $D = P^{-1}AP$. À quel ensemble de matrices appartient D ?

On appelle centre de A ou commutant de A l'ensemble des matrices qui commutent avec A :

$$Z(A) = \{M \in \mathcal{M}_3(\mathbb{R}) \mid AM = MA\}.$$

II.4 Montrer que $M \in Z(A)$ si et seulement si $N = P^{-1}MP \in Z(D)$.

II.5 En posant $N = \begin{pmatrix} a_{11} & a_{12} & a_{13} \\ a_{21} & a_{22} & a_{23} \\ a_{31} & a_{32} & a_{33} \end{pmatrix}$, déterminer une condition nécessaire et suffisante pour que N commute avec D .

II.6 En déduire $Z(A)$.