



Colle du 04/01 - Sujet 1
Matrices et Analyse asymptotique

Question de cours.

1. Enoncer le développement en 0 du cosinus à l'ordre 5.
2. Démontrer la formule de Taylor-Young.

Exercice 1. Soit $A = \begin{pmatrix} 1 & 1 & -1 \\ 0 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 1 \end{pmatrix}$.

1. Calculer $A^3 - 3A^2 + 4A$. Que peut-on en déduire ?
2. Déterminer le reste de la division euclidienne de X^n par $X^3 - 3X^2 + 4X - 2$. En déduire A^n .

Exercice 2. Calculer $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{\sqrt{x+3} - \sqrt[3]{3x+5}}{1 - \tan\left(\frac{x\pi}{4}\right)}$.



Colle du 04/01 - Sujet 2
Matrices et Analyse asymptotique

Question de cours.

1. Enoncer le développement en 0 du sh à l'ordre 5.
2. Démonstration de la formule de la trace du produit.

Exercice 1.

1. Démontrer que sh définit une bijection de \mathbb{R} dans un ensemble que l'on précisera. On note f sa fonction réciproque.
2. Démontrer que f est \mathcal{C}^4 .
3. Déterminer le développement limité à l'ordre 4 de f .

Exercice 2. Déterminer les puissances de $A = \begin{pmatrix} 1 & 2 & -2 \\ 2 & 1 & -2 \\ 2 & 2 & -3 \end{pmatrix}$. La matrice A est-elle inversible ?



Colle du 04/01 - Sujet 3
Matrices et Analyse asymptotique

Question de cours.

1. Énoncer le développement en 0 du $x \mapsto \frac{1}{1+x}$ à l'ordre 5.
2. Démontrer le théorème de primitivation des développements limités.

Exercice 1. Déterminer que $f : x \mapsto e^{\frac{2}{x}} \sqrt{1+x^2} \arctan(x)$ admet une asymptote en $+\infty$ et déterminer la position de f par rapport à son asymptote au voisinage de $+\infty$.

Exercice 2. Résoudre, suivant les valeurs de $m \in \mathbb{R}$ le système $(S) : \begin{cases} mx + y + z = m \\ x + my + z = m \\ x + y + mz = 1 \end{cases} .$