



Colle du 19/04 - Sujet 1
Dénombrement et probabilités

Question de cours. Énoncer et démontrer le théorème de Weierstrass

Exercice 1. On possède trois dés dont l'un est truqué et dont la probabilité d'obtenir 6 est trois fois plus élevée que les autres. On choisit uniformément un dé et on le lance une fois. Quelle est la probabilité d'avoir utilisé le dé pipé sachant que l'on a obtenu 6 ?

Exercice 2. On constitue un comité de 8 personnes choisies parmi 15 femmes et 12 hommes.

1. Combien de comités peut-on former ?
2. Combien de comités présentent une parité parfaite.
3. Combien de comités présentent au moins deux femmes.
4. Reprendre les questions précédentes, si les hommes sont indiscernables entre eux et les femmes indiscernables entre elles.



Colle du 19/04 - Sujet 2
Dénombrement et probabilités

Question de cours. Montrer que \mathbb{P}_B est une probabilité.

Exercice 1. Soit E un ensemble à n éléments. Calculer $\sum_{X \in \mathcal{P}(E)} \sum_{x \in X} 1$.

Exercice 2. On dispose de deux dés à six faces équilibrés et d'un dé retournant 6 trois fois plus souvent que les autres faces.

1. On choisit un dé au hasard et on le lance. Sachant que l'on a obtenu 6 quelle est la probabilité que le dé soit pipé ?
2. On choisit deux dés au hasard. On note A l'évènement « le dé pipé fait partie des dés choisis ». Quelle est la probabilité d'avoir obtenu A ?
3. Quelle est la probabilité d'avoir obtenu A sachant que la somme des deux dés vaut 7 ?
4. Les évènements « obtenir 7 » et A sont-ils indépendants ?



Colle du 19/04 - Sujet 3
Dénombrement et probabilités

Question de cours. Déterminer le nombre de parties de E .

Exercice 1. Un skieur choisit aléatoirement une piste rouge ou une piste noire. Il a une probabilité $1/6$ de tomber sur une piste rouge et $1/5$ sur une piste noire. S'il tombe, il change de piste et sinon il recommence la même piste.

1. Calculer la probabilité d'être sur la piste rouge à l'étape n .
2. Calculer la probabilité qu'il tombe à l'étape n sachant qu'il ne tombe pas à l'étape $n + 1$.

Exercice 2. On lance à deux reprises un dé à 6 faces non équilibré. On suppose que la probabilité d'obtenir une face est proportionnelle au numéro de la face en question.

1. Déterminer la probabilité d'obtenir un numéro pair au premier lancer.
2. Déterminer la probabilité que la somme des deux lancers soit pair.
On laissera le résultat sous forme d'une somme que l'on ne cherchera pas à calculer.



Colle du 19/04 - Sujet 4
Dénombrement et probabilités

Question de cours. Énoncer et démontrer le théorème de Weierstrass

Exercice 1. On considère une urne contenant autant de boules rouges que de boules vertes. Pour $n \geq 2$, on effectue n tirages successifs indépendants avec remise dans cette urne. On note

- A : « on a obtenu au cours des n tirages au plus une boule rouge »
- B : « on a obtenu au cours des n tirages des boules de chacune des couleurs ».

Étudier l'indépendance de A et B .

Exercice 2. Une personne remplit une urne initialement vide avec trois boules de la façon suivante. Elle lance à trois reprises une pièce équilibrée. Lorsque le résultat est pile elle ajoute une boule blanche et si le résultat est face elle ajoute une boule noire. Une seconde personne ne connaissant pas la composition de l'urne effectue à l'aveugle et de façon équiprobable n tirages, $n \in \mathbb{N}^*$, successifs avec remise dans l'urne. On note pour tout $i \in \llbracket 1; n \rrbracket$, B_i l'évènement « la couleur de la i -ième boule est blanche ».

1. Calculer $\mathbb{P}(B_1)$, $\mathbb{P}(B_2)$ et $\mathbb{P}(B_1 \cap B_2)$. Les évènements B_1 et B_2 sont-ils indépendants ?
2. On note B^n l'évènement « les n boules tirées sont blanches ». Calculer $\mathbb{P}(B^n)$.