



Colle du 19/10 - Sujet 1
Complexes et calcul dans \mathbb{R}

Question de cours. Déterminer l'ensemble des intervalles non vides, non réduits à un singleton et bornés de \mathbb{R} .

Exercice 1. Résoudre dans \mathbb{C} l'équation $z + |z| = 1 + 3i$.

Exercice 2. Déterminer l'ensemble des réels $x \in \mathbb{R}$ tels que

$$\sqrt{17 + 8x - 2x^2} + \sqrt{4 + 12x - 3x^2} = x^2 - 4x + 13.$$

Indication : poser $u = (x - 2)^2$.



Colle du 19/10 - Sujet 2
Complexes et calcul dans \mathbb{R}

Question de cours. Démonstration de $|z + z'|^2 = \dots$ et de l'inégalité triangulaire supérieure.

Exercice 1.

1. Soit $n \in \mathbb{N}^*$. Simplifier l'expression de $z = (1 + i\sqrt{3})^n + (1 - i\sqrt{3})^n$.
2. Déterminer l'ensemble des complexes $z_1 \in \mathbb{C}$ et $z_2 \in \mathbb{C}$ tels que

$$\begin{cases} iz_1 - 2z_2 = -4 + 3i \\ 2\bar{z}_2 + \bar{z}_1 = 3. \end{cases}$$

Exercice 2. Résoudre dans \mathbb{R} l'équation $\left| \frac{x+1}{1-x} \right| > 3 - 2x$.



Colle du 19/10 - Sujet 3
Complexes et calcul dans \mathbb{R}

Question de cours. Démonstration de $\cos(p) + \cos(q) = \dots$ en passant par les complexes.

Exercice 1. Résoudre dans \mathbb{R} , l'inéquation $x + \sqrt{x^2 - 5x + 4} < 2$.

Exercice 2. Soit $(a, b) \in \mathbb{U}^2$, $a \neq b$. Pour tout $z \in \mathbb{C}$, calculer $\operatorname{Re} \left(\frac{z + ab\bar{z} - a + b}{a - b} \right)$.