



Colle du 23/11 - Sujet 1
Fonctions usuelles et calcul d'intégrales

Question de cours. Justifier la dérivabilité et calculer la dérivée de la fonction arcsin.

Exercice 1. Résoudre dans \mathbb{R} l'équation $\arcsin(2x) = \arcsin(x) + \arcsin(x\sqrt{2})$.

Exercice 2. On considère l'intégrale suivante :

$$I = \int_{\frac{1}{2}}^2 \left(1 + \frac{1}{x^2}\right) \arctan(x) dx$$

1. A l'aide d'une intégration par parties, calculer I .
2. A l'aide du changement de variables $t = 1/x$, calculer à nouveau la valeur de I .



Colle du 23/11 - Sujet 2
Fonctions usuelles et calcul d'intégrales

Question de cours. Énoncer et démontrer le théorème d'intégration par parties.

Exercice 1. Calculer $I = \int_0^\pi \frac{t \sin(t)}{1 + \cos^2(t)} dt$. On pourra poser $u = \pi - t$.

Exercice 2. Pour a et b deux réels, calculer pour tout $n \in \mathbb{N}$ la somme suivante :

$$S_n = \sum_{k=0}^n \operatorname{ch}(a + kb).$$



Colle du 23/11 - Sujet 3
Fonctions usuelles et calcul d'intégrales

Question de cours. Énoncer et démontrer la formule sur arctan.

Exercice 1.

1. Étudier $f : x \mapsto \arcsin\left(\frac{\sqrt{2-x^2}+x}{2}\right)$.
2. Retrouver l'expression simplifiée de f directement en calculant $f(\sqrt{2}\sin(\alpha))$, pour $\alpha \in \left[-\frac{\sqrt{2}}{2}; \frac{\sqrt{2}}{2}\right]$.

Exercice 2. Calculer $I = \int_0^{1/2} t^2 \arcsin(t) dt$.