



**Commentaires sur le Devoir Surveillé 5**  
**Matrices, analyse asymptotique, ensembles**  
**et applications & continuité et dérivation**

**Problème I - Matrices**

**Partie 1 : Un peu de calculs**

1. Facile et réussie.
2. Question longue, peu ou mal traitée. Un type d'exercice que nous n'avons pas encore assez travaillé ensemble mais qui ne pose pas de grosse difficulté théorique. Vous avez été plusieurs à tourner en rond puisque vous ne passiez pas toutes les inconnues du même côté. A part la discussion sur  $\lambda$ , il s'agit juste d'appliquer le pivot de Gauss. A bien retravailler, cela vous sera nécessaire pour l'algèbre linéaire. J'ai récompensé malgré tout ceux qui avaient la bonne méthode initiale.

**Partie 2 : Méthode 1, par le binôme de Newton**

3. Un grand classique, plutôt réussi, mais le caractère commutatif n'est pas bien justifié par tout le monde. Vous avez été très nombreux à oublier de justifier  $n \geq 2$ .
4. Un petit calcul donnant un point de plus.

**Partie 3 : Méthode 2, par la division euclidienne**

5. Trop d'erreurs. On ne peut pas se tromper sur le calcul d'une dérivée.
6. Peu de bonnes réponses. Pourtant il s'agissait juste de mettre en oeuvre une technique classique vue plusieurs fois en cours : on évalue au point qui fait disparaître le polynôme  $Q_n$  inconnu. Ne pas réussir cette question révèle un manque d'assimilation et de recul sur les exercices traités en classe.
7. Peu, mais quelques bonnes réponses.
8. Idem.

**Partie 4 : Racines carrées de  $T$**

9. Il faut gagner en rigueur. La rédaction doit commencer par « Soit  $S \in \mathcal{B}_T$ . » Des confusions entre  $S$  et  $S^2$ . Plusieurs bonnes réponses.
10. Très peu réussie. A travailler avec le corrigé.

**Partie 5 : Racines carrées de  $A$**

11. Bien traitée dans l'ensemble. Plusieurs ne vérifient pas le résultat et c'est dommage car ils se seraient rendu compte de leur erreur de calcul.
12. Surprenant ! Peu de bonnes réponses ! Pourtant c'est juste un petit calcul...
13. Assez peu traitée mais quelques réussites.
14. Non traitée.



## Problème II - Analyse Asymptotique

### Partie 1 : L'itérée première

1. Une catastrophe pour cette première petite question. Soyez plus rigoureux. Si l'on demande de l'ordre  $2p$  il nous faut du  $o(x^{2p})$ . Je demandais du  $2p$  pour vous aider mais beaucoup se sont embrouillés. Il s'agissait pourtant juste de réciter un DL et de l'appliquer à du  $x^2$ .
2. Les erreurs précédentes se répercutant ici. Vous avez été très nombreux à ne même pas vous rendre compte que vous n'obteniez pas le DL bien connu de  $\arctan$ . Certains au contraire connaissent le DL mais se contentent de le parachuter...
3. Des belles réponses et des erreurs grossières. Certains tombent dans les pièges grossiers de l'analyse asymptotique que je vous avais pourtant bien signalés en amont. Il faut donc s'exercer d'avantage avant le DS et être plus attentif en classe.
4. Question longue, un peu calculatoire mais c'est la nature même des DL. En y allant proprement sans se précipiter, il n'y avait pas de piège particulier. Très peu ont eu le courage et le savoir faire pour d'aller jusqu'au bout

### Partie 2 : L'itérée deuxième

5. Mieux globalement mais pas encore pour tout le monde.
6. Là aussi la question est longue. En contrepartie elle est généreusement dotée. Entraînez-vous encore.

### Partie 3 : L'itérée $n$ -ième

7. Paraphraser la question n'est pas très utile...
8. Dire que la fonction est  $\mathcal{C}^p$  (c'est mieux que  $\mathcal{C}^n$  car  $n$  ici est pris dans  $\arctan^{[n]}$ ) c'est bien mais invoquer ensuite le théorème de Taylor-Young c'est encore mieux. Peu ont pensé que la forme du DL ne comptait que des termes impaires c'est dommage.
9. On pouvait s'appuyer sur la question 5. pour éviter de refaire tous les calculs. Certains l'ont bien vu. Attention, plusieurs sont partis sur  $\arctan \circ \arctan^{[n]}$ , alors que l'énoncé parlait de  $\arctan^{[n]} \circ \arctan$ . Restez attentifs à la consigne.
10. Réussir la question précédente donnait accès à plusieurs petites questions faciles et permettait d'engranger des points. Attention dans cette réponse à bien citer l'unicité du développement limité.
11. Très peu traitée.
12. Très peu traitée.
13. Très peu traitée.
14. Très peu traitée.
15. Très peu traitée.

## Exercice III - Ensembles et Applications

1. Beaucoup de lacunes à faire la différence entre  $f(x)$  pour  $x \in E$  et  $f(A)$  pour  $A \in \mathcal{P}(E)$ . Pourtant nous avons déjà vu des fonctions sur des ensembles en TD et l'exo3 du DM6 était du même type. J'ai mis 0,5 à ceux qui donnait la bonne définition de l'injectivité.
2. Là aussi les mêmes confusions. Une poignée de belles réponses bien rédigées cependant.



3. (a) Pas très dure, plusieurs s'en sortent bien mais vous auriez tous dû la réussir.  
(b) Des idées, pas toujours très clair dans les détails. Soyez le plus précis, propre, rigoureux possible.
4. Plus dure et moins réussie. Deux ou trois belles réponses.
5. Facile! Parfois réussie et parfois confuse.

## Problème IV - Continuité - Dérivabilité

### Partie 1 : Un résultat de concavité

1. Question facile mais très mal justifiée globalement pour le caractère  $\mathcal{C}^1$ . A reprendre, vous psalmodiez bien trop souvent du « par quotient de fonctions... » D'une part, il fallait justifier proprement pourquoi  $g$  était bien  $\mathcal{C}^1$  (et cette définition n'est pas encore claire pour tout le monde) et d'autre part que la fonction  $x \mapsto x - a$  ne s'annule pas en sur  $]a; b[$ . Encore des confusions entre  $g(x)$  et  $g...$  Enfin beaucoup trop d'erreurs sur le calcul de  $\tau'$ . Certains dérivent **le nombre**  $g(a)$  par  $g'(a)$  !
2. Quelques bonnes réponses mais trop peu. Il fallait **proprement** invoquer l'identité des accroissements finis à  $g$ . Ce n'est pas toujours bien rédigé.
3. Des idées mais parfois aussi un manque de rigueur.

### Partie 2 : Une application

4. Peu traitée. Là aussi une rédaction propre est nécessaire. Notamment il fallait bien justifier que la fonction  $x \mapsto \arcsin(x^2)$  vérifiait TOUTES les hypothèses de la partie précédente.
5. Et hop! Une dérivabilité parachutée suivie d'une dérivée massacrée. Pas d'erreur possible ici et détaillez bien que la fonction  $\arcsin$  est dérivable sur  $]-1; 1[$  donc sur  $]0; 1[$ . Or quand  $x$  est dans  $]0; 1[$  alors  $x^2$  aussi.
6. Quelques forçages qui ne rapportent pas de point mais plusieurs bonnes réponses. Justifiez bien que lorsque  $x$  décrit tout  $]0; 1[$ , alors  $t = x^2$  aussi.
7. Même remarque.
8. Beaucoup d'erreurs :
  - si  $f(x) \leq \frac{2}{\sqrt{1-x^4}}$  et si  $f$  est croissante cela ne veut pas dire que  $f'(x) \leq \frac{2}{\sqrt{1-\left(\frac{1}{\sqrt{2}}\right)^4}}$ . Vous confondez souvent,  $f$ ,  $f'$  et  $x \mapsto \frac{2}{\sqrt{1-x^4}}$  ce qui n'a rien à voir.
  - Le théorème des accroissements finis ne parle pas juste de  $f'(x)$  mais de  $|f'(x)|$ . Peu y pensent, beaucoup parachutent le passage de  $f'$  à  $|f'|$ .

### Partie 3 : Une fonction par morceaux

9. Très peu de réponses parfaitement rédigées. C'est souvent confus voire parachuté. Le calcul de la limite à droite en 0 de  $f$  est souvent parachuté également.
10. Le théorème de prolongement  $\mathcal{C}^1$  n'est pourtant pas très difficile mais vous ne parvenez pas à bien le rédiger et il reste de grosses confusions.
11. (a) Plusieurs bonnes réponses.  
(b) Non traitée.