



Exercice de Révision Automne 01 - Calcul Algébrique

Exercice 1 (exercice 13 TD6). Soient $n \in \mathbb{N}$ et $S_n = \sum_{0 \leq i \leq j \leq n} 2^j$.

1. En choisissant soigneusement l'ordre de sommation, montrer que $S_n = n2^{n+1} + 1$.

2. Montrer également que l'on a $S_n = \sum_{j=0}^n (j+1)2^j$.

3. Soit $n \in \mathbb{N}^*$. En déduire que $\sum_{j=1}^n j2^{j-1} = (n-1)2^n + 1$.

4. Calculer alors pour tout $n \in \mathbb{N}^*$ la somme double $T_n = \sum_{i=1}^n \sum_{j=1}^{i+1} j2^{j-1}$.