



Exercice de Révision

Automne 08 - Fonctions réelles

Exercice 1 Soit $n \in \mathbb{N}^*$. On considère la fonction

$$f : \begin{array}{l} \mathbb{R}_+^* \rightarrow \mathbb{R} \\ x \mapsto x^n \ln(x). \end{array}$$

1. Déterminer la dérivée de f .
2. Etablir le tableau de variations complet de f .
3. (a) Préciser $f(\mathbb{R}_+^*)$, $f([3; +\infty[)$, $f^{-1}(\mathbb{R}_+^*)$, $f^{-1}([-1; +\infty[)$.
(b) La fonction f est-elle surjective dans \mathbb{R}_+^* (en tant qu'espace d'arrivée)? Injective sur \mathbb{R}_+^* (en tant qu'espace de départ)?
(c) Justifier que f définit une bijection de $[1; +\infty[$ dans un ensemble J que l'on précisera.
(d) Démontrer qu'il existe un unique $\alpha \in [1; +\infty[$ tel que $f(\alpha) = 1$.
4. Préciser, le comportement asymptotique de f en $+\infty$.