



Exercice de Révision Hiver 03

Séries numériques

Exercice 1

1. La série $\sum_{n \in \mathbb{N}^*} \frac{1}{n^2}$ diverge-t-elle grossièrement ?
2. A l'aide d'une propriété du cours, déterminer la nature de la série $\sum_{n \in \mathbb{N}^*} \frac{1}{n^2}$.
3. Pour tout $n \in \mathbb{N}^*$, on pose $u_n = \sqrt{\left| \operatorname{ch}\left(\frac{1}{n}\right) - 1 - \frac{1}{2} \sin\left(\frac{1}{n^2}\right) \right|}$. Déterminer un équivalent simple de u_n .
4. En déduire, à l'aide d'une autre propriété du cours, la nature de $\sum_{n \in \mathbb{N}^*} u_n$.

On admettra volontiers que $\sum_{n \in \mathbb{N}} a_n$ et $\sum_{n \in \mathbb{N}} C a_n$ ont la même nature pour $C \in \mathbb{R}^$ fixé.*