



Exercice de Révision Hiver 05

Intégration

Cela devrait vous rappeler de bons souvenirs...

Exercice 1 Pour tout $n \in \mathbb{N}$, on pose $I_n = \int_{e^{-1}}^1 (-1)^n \ln^n(t) dt$, $J_n = \frac{I_n}{n!}$

1. Montrer que pour tout $n \in \mathbb{N}$, $I_n = \int_0^1 x^n e^{-x} dx$.
2. Montrer que pour tout $n \in \mathbb{N}$, $0 \leq I_n \leq \frac{1}{n+1}$.
3. Montrer que $(I_n)_{n \in \mathbb{N}}$ converge et déterminer sa limite.
4. Montrer que la suite $(I_n)_{n \in \mathbb{N}}$ est décroissante.
5. Déterminer pour tout $n \in \mathbb{N}$ une relation de récurrence entre I_n et I_{n+1} .
6. En déduire que pour tout $n \in \mathbb{N}^*$, $J_n - J_{n-1} = -\frac{e^{-1}}{n!}$.

La suite jeudi...