



## Exercice de Révision Noël 07 - Matrice

**Exercice 1** Déterminer le développement limité à l'ordre 4 en 0 de  $f : x \mapsto \ln(2 + \sin(x))$ .

**Exercice 2** Soit  $J = (a_{i,j})_{1 \leq i,j \leq 4} \in \mathcal{M}_{4,4}(\mathbb{R})$  définie par pour tout  $(i,j) \in \llbracket 1;4 \rrbracket^4$ ,  $a_{i,j} = 1$ . Pour tout  $\lambda \in \mathbb{R}$ , on définit

$$\mathcal{S}_\lambda = \left\{ X = \begin{bmatrix} x \\ y \\ z \\ t \end{bmatrix} \in \mathbb{R}^4 \mid JX = \lambda X \right\}.$$

1. Montrer que  $J$  n'est pas inversible.
2. Calculer la trace de  $J$ .
3. La matrice  $J$  est-elle symétrique? Antisymétrique?
4. Déterminer, suivant les valeurs de  $\lambda$ , l'ensemble  $\mathcal{S}_\lambda$ .

*On vérifiera que seules deux valeurs de  $\lambda$  n'apportent pas le singleton  $\{0_{\mathbb{R}^4}\}$ , on déterminera dans ces deux cas  $\mathcal{S}_\lambda$  sous forme ensembliste et sous forme d'espace vectoriel engendré, l'un sera engendré par trois vecteurs et l'autre par un seul vecteur.*