



Exercice de Révision Noël 08 - Intégration

Exercice 1 Pour tout $x \in \mathbb{R}_+^*$, on pose

$$F(x) = \int_1^x \frac{\arctan(t)}{t^2} dt.$$

1. Justifier que F est bien définie sur \mathbb{R}_+^* .
2. Déterminer $(a, b, c) \in \mathbb{R}^3$ tel que pour tout $t \in \mathbb{R}_+^*$, $\frac{1}{t(1+t^2)} = \frac{a}{t} + \frac{bt+c}{1+t^2}$.
3. Calculer $F(x)$ pour tout $x \in \mathbb{R}_+^*$.
4. On considère la fonction $G : x \mapsto F(x) - \ln(x)$. Montrer que G est prolongeable par continuité en 0, que son prolongement est dérivable à droite en 0, préciser sa tangente et la position relative de la courbe de G par rapport à cette tangente.