



## Exercice Printemps 09

### Représentation matricielle

**Exercice 1** Soient  $A = \begin{pmatrix} 2 & 1 & 1 \\ 1 & 2 & 1 \\ 1 & 1 & 2 \end{pmatrix}$  et  $f$  l'endomorphisme de  $\mathbb{R}^3$  canoniquement associé à  $A$ . On pose  $e_1 = (1, 1, 1)$ .

1. Calculer  $f(e_1)$ .
2. Déterminer  $\text{Im}(A - 4I_3)$  et préciser sa dimension (i.e. le rang de  $A - 4I_3$ ).
3. Dédire des deux précédentes questions  $\text{Ker}(A - 4I_3)$ .
4. Calculer  $\text{Ker}(A - I_3)$ .
5. En déduire qu'il existe une base  $\mathcal{B}$  de  $\mathbb{R}^3$  telle que

$$\text{mat}_{\mathcal{B}}(f) = \begin{pmatrix} 4 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}.$$