



Colle du 15/09 - Sujet 1
Logique et fonctions réelles

Question de cours. Montrer que $\forall f \in \mathcal{F}(\mathbb{R}, \mathbb{R}), \exists! (g, h) \in \mathcal{F}(\mathbb{R}, \mathbb{R}), g$ paire, h impaire, tel que $f = g + h$.

Exercice 1. Etudier la fonction $f : x \mapsto \sqrt{\frac{x^3}{x-1}}$.

Exercice 2. Soit $(L_n)_{n \in \mathbb{N}}$ la suite définie par $L_0 = 2, L_1 = 1$ et $\forall n \in \mathbb{N}, L_{n+2} = L_{n+1} + L_n$. Montrer que $L_{n+1}^2 - L_n L_{n+2} = (-1)^{n+1} 5$.



Colle du 15/09 - Sujet 2
Logique et fonctions réelles

Question de cours. Montrer que pour tout $n \in \mathbb{N}, n \geq 5, 2^n > n^2$.

Exercice 1. Soient $(a, b, c, d) \in \mathbb{Q}^4$. Montrer l'implication $(a + b\sqrt{2} = c + d\sqrt{2}) \Rightarrow (a = c \text{ ET } b = d)$.

Exercice 2. Etudier la fonction $f : x \mapsto x - \ln(x + \sqrt{x^2 + 1})$.



Colle du 15/09 - Sujet 3
Logique et fonctions réelles

Question de cours. Montrer que $\sqrt{2}$ est irrationnel.

Exercice 1. Montrer que pour toute $f \in \mathcal{F}(\mathbb{R}, \mathbb{R})$ il existe $(g, h) \in \mathcal{F}(\mathbb{R}, \mathbb{R})^2$ tel que $\exists (a, b) \in \mathbb{R}^2, \forall x \in \mathbb{R}, g(x) = ax + b$ et $\int_0^1 h(t) dt = 0$.

Exercice 2. Etudier la fonction $f : x \mapsto \frac{x^3 + x^2 - 5x + 3}{2x^2 + 5x - 3}$.