



Colle du 29/09 - Sujet 1
Bijections et trigonométrie

Question de cours.

1. Linéariser $\cos(a)\sin(b)$.
2. Préciser et démontrer la dérivée de la fonction racine carrée.

Exercice 1. Soit f la fonction définie sur \mathbb{R} par

$$\forall x \in \mathbb{R}, \quad f(x) = \frac{x}{1 + |x|}.$$

1. Démontrer que f est dérivable sur \mathbb{R} et calculer sa dérivée.
2. Montrer que f définit une bijection de \mathbb{R} dans un ensemble que l'on précisera.
3. Déterminer une expression de f^{-1} analogue à celle de f .
4. Calculer de deux façons différentes la dérivée de f^{-1} .

Exercice 2. Résoudre $\cos(x) + \cos(2x) + \sin(3x) = 0$.



Colle du 29/09 - Sujet 2
Bijections et trigonométrie

Question de cours.

1. Développer $\sin(a + b)$.
2. Démontrer la valeur de $\cos\left(\frac{\pi}{3}\right)$.

Exercice 1. Soit $\alpha \in [0; \pi[$ tel que $\cos(\alpha) = \frac{\sqrt{6}-\sqrt{2}}{4}$.

1. Déterminer $\tan(\alpha)$.
2. Résoudre dans \mathbb{R} l'inéquation $(\sqrt{6} + \sqrt{2})\cos(x) + (\sqrt{6} - \sqrt{2})\sin(x) \leq 2$ en fonction de α .
3. Calculer $\cos(2\alpha)$ et en déduire α .

Exercice 2. Soit $f : x \mapsto \frac{x}{1+x^2}$.

1. Etudier f .
2. Déterminer un voisinage de $+\infty$ le plus grand possible sur lequel f est bijective et déterminer alors f^{-1} .



Colle du 29/09 - Sujet 3
Bijections et trigonométrie

Question de cours.

1. Linéariser $\sin(a)\sin(b)$.
2. Montrer que $f : \begin{array}{l}]1; +\infty[\rightarrow \mathbb{R} \\ x \mapsto \ln(x^2 - 1) \end{array}$ est bijective et déterminer sa fonction réciproque.

Exercice 1. Résoudre dans \mathbb{R} l'inéquation $\sqrt{2}\sin(2x) \leq \sin(3x) + \sin(x)$.

Exercice 2. Soit $f : x \mapsto x + \ln(x) + 2$.

1. Montrer que f définit une bijection sur son ensemble de définition.
2. Tracer le graphe de f^{-1} .
3. Déterminer le domaine de dérivabilité de f^{-1} et donner une expression de $(f^{-1})'(x)$ en fonction de $f^{-1}(x)$.