Interrogation 9
Equations différentielles d'ordre 1

Nom/Prénom :

Note :

1. (a) Enoncer le théorème donnant l'ensemble $\mathscr{S}$ des solutions de l'équation.

   ....

   ....

   ....

   ....

   ....

   ....

   ....

   (b) Définir un problème de Cauchy.

   ....

   ....

   ....

   ....

   ....

   ....

   ....

   ....

   (c) Enoncer les inégalités triangulaires.

   ....

   ....

   ....

   ....

   ....

   ....

   ....

2. Déterminer les intervalles de résolution puis $\mathscr{S}_0$ l'ensemble des solutions de l'équation homogène (E_0) associée à l'équation (E) suivante d'inconnue y une fonction dérivable, $(E)\ :\ y'(t) = t\cos(t)y(t) + t\sin(t)$.
   On donnera $\mathscr{S}_0$ sous forme ensemble et sous forme de Vect.

3. Justifier que l'équation $(E) : y'(x) - \frac{2x}{1+x^2}y(x) = \arctan(x)$ admet des solutions sur $I = \mathbb{R}$ et les déterminer à l'aide de la méthode de variation de la constante.
   On pourra admettre que $y_0 : x \mapsto 1 + x^2$ est une solution de l'équation homogène associée.

4. Justifier que $f : x \mapsto \frac{x^3+x}{x^2+x+1}$ admet des primitives sur $\mathbb{R}$ et les déterminer.

. . . .

. . . .

. . . .

. . . .

. . . .

. . . .

. . . .

. . . .

. . . .

. . . .

. . . .

. . . .

. . . .

5. Soit $I = \displaystyle\int_{\pi/3}^{\pi/2} \frac{1}{\sin(t)}\,\mathrm{d}t$. Justifier que I existe et la calculer à l'aide du changement de variable $x = \cos(t)$.

. . . .

. . . .

. . . .

. . . .

. . . .

. . . .

. . . .

. . . .

. . . .

. . . .

. . . .

. . . .

. . . .