



## Interrogation 4 d'entraînement Nombres complexes

### 1. Restituer le cours.

- 1.0 Réviser les formules de développement, linéarisation et factorisation de trigonométrie.
- 1.1 Exprimer la partie réelle, la partie imaginaire et le module en fonction du conjugué.
- 1.2 Énoncer la formule donnant le carré du module d'une somme.
- 1.3 Énoncer les inégalités triangulaires.
- 1.4 Énoncer les formules d'Euler.
- 1.5 Énoncer la formule de Moivre.

### 2. Calculs de complexes.

- 2.1 Déterminer la forme algébrique de  $z = \frac{(5-i)(2-3i)}{(1+i)(1-2i)}$ .
- 2.2 Déterminer la forme algébrique de  $z = \left(e^{i\frac{2\pi}{3}} - 1\right)^{15}$ .
- 2.3 Déterminer la forme algébrique de  $z = (3 - 2i)^4$ .
- 2.4 Déterminer la forme algébrique de  $z = \sqrt{2} e^{i\frac{2019\pi}{4}}$ .
- 2.5 Déterminer la forme algébrique de  $z = \left(\frac{1+i\sqrt{3}}{1-i}\right)^{188}$ .

### 3. Applications de la formule d'Euler et de la formule de Moivre.

- 3.1 Soit  $x \in \mathbb{R}$ . En utilisant les complexes, linéariser  $\sin^4(x)$ .
- 3.2 Soit  $x \in \mathbb{R}$ . En utilisant les complexes, linéariser  $\cos^3(x) \sin^2(x)$ .
- 3.3 Soit  $x \in \mathbb{R}$ . En utilisant les complexes, développer  $\cos(5x)$ .
- 3.4 Soit  $x \in \mathbb{R}$ . En utilisant les complexes, développer  $\sin(4x)$ .
- 3.5 Soit  $x \in \mathbb{R}$ . Factoriser  $e^{ix} + e^{3ix} - 2 \cos(x) e^{11ix}$ .
- 3.6 Soient  $x \in \mathbb{R}$  et  $z = e^{ix}$ . Factoriser  $z^2 + \bar{z}^4$ .

### 4. Equations complexes.

- 4.1 Déterminer l'ensemble des complexes  $z \in \mathbb{C}$  tels que  $\frac{1-iz}{1+iz} \in \mathbb{R}$ .
- 4.2 Déterminer l'ensemble des complexes  $z \in \mathbb{C}$  tels que  $\frac{1-iz}{1+iz} \in i\mathbb{R}$ .
- 4.3 Déterminer l'ensemble des complexes  $z \in \mathbb{C}$  tels que  $\frac{1-iz}{1+iz} \in \mathbb{U}$ .
- 4.4 Déterminer l'ensemble des complexes  $z \in \mathbb{C}$  tels que  $\frac{z-i}{z+1} \in \mathbb{R}$ .
- 4.5 Déterminer l'ensemble des complexes  $z \in \mathbb{C}$  tels que  $\frac{z-2i}{z+2} \in \mathbb{R}$ .

*Attention plus dur, ne tournez pas trop en rond...*

- 4.6 Déterminer l'ensemble des complexes  $z \in \mathbb{C}$  tels que  $\left|\frac{1-iz}{1+iz}\right| = \sqrt{2}$ .
- 4.7 Déterminer l'ensemble des complexes  $z \in \mathbb{C}$  tels que  $\frac{z-i}{z+1} \in i\mathbb{R}$ .
- 4.8 Déterminer l'ensemble des complexes  $z \in \mathbb{C}$  tels que  $\frac{z-2i}{z+2} \in i\mathbb{R}$ .

### 5. Inéquations trigonométriques.

- 5.1 Déterminer l'ensemble des réels  $x \in [0; \pi]$  tels que  $\cos(x) - \cos(3x) \leq \sqrt{3} \sin(x)$ .
- 5.2 Déterminer l'ensemble des réels  $x \in \mathbb{R}$  tels que  $\cos^2(x) > \frac{1}{2}$ .
- 5.3 Déterminer l'ensemble des réels  $x \in \mathbb{R}$  tels que  $\tan^2(x) - 1 \geq 0$ .
- 5.4 Déterminer l'ensemble des réels  $x \in \mathbb{R}$  tels que  $\cos(3x) + \sin(3x) > \sqrt{2}$ .
- 5.5 Déterminer l'ensemble des réels  $x \in \mathbb{R}$  tels que  $\cos^2(x) + 4 \sin(x) \cos(x) - 3 \sin^2(x) < \sqrt{2} - 1$ .