Interrogation 6 d'entrainement
Fonctions usuelles

1. **Restituer le cours.**
   1.1 Tracer le graphe de la fonction exponentielle / logarithme / cosinus hyperbolique / sinus hyperbolique /arccosinus / arcsinus / arctan, y faire apparaitre les valeurs remarquables, les tangentes remarquables, les asymptotes remarquables.
   1.2 Enoncer la croissance comparée du logarithme en $+\infty$/en 0, de l'exponentielle en $-\infty$/en $+\infty$.
   1.3 Donner le domaine de dérivabilité et la dérivée de la fonction exponentielle / logarithme / cosinus hyperbolique / sinus hyperbolique / arccosinus / arcsinus / arctan.
   1.4 Enoncer la formule reliant les carrés des fonctions hyperboliques et celle sur arctan.
2. **Manipuler les fonctions logarithme et exponentielle.**
   2.1 Développer $\ln\left(\left(\sqrt{7}\right)^{3/2}\sqrt[5]{2}\right)+\ln\left(\left(\frac{16}{7^{1/3}}\right)^{3/4}\right)$.
   2.2 Soit $n\in\mathbb{N}^*$. Développer $\ln\left(\displaystyle\sum_{k=1}^{n}3^k\right)$.
   2.3 Déterminer l'ensemble de définition de $f : x\mapsto \ln(2)+\ln(\tan(x))-\ln(1+\tan(x))-\ln(1-\tan(x))$ puis factoriser $f(x)$.
   2.4 Déterminer le domaine de définition de $f : x\mapsto \ln\left(\frac{(4x-1)^{1/3}}{\sin^2(x)}\right)$ puis développer $f(x)$.
   2.5 Déterminer le domaine de définition de $f : x\mapsto \ln(\operatorname{ch}(2x)-1)$ puis développer $f(x)$.
   2.6 Calculer $\left(\mathrm{e}^2\right)^{4\ln(2)}\left(\left(\mathrm{e}^{-3}\right)^{\ln(2)}\right)^2$.
   2.7 Soit $x\in\mathbb{R}$. Calculer $\dfrac{\left(\mathrm{e}^{\cos^2(x)}\frac{1}{\mathrm{e}^{-\sin^2(x)}}\right)^7}{\left(\mathrm{e}^{3^2}\right)^2}$.
   2.8 Soit $n\in\mathbb{N}^*$. Calculer $\displaystyle\prod_{k=1}^{n}\frac{\left(\mathrm{e}^{k^2}\right)\left(\mathrm{e}^{k}\right)^2}{\mathrm{e}^{-1}}$.
   2.9 Soit $n\in\mathbb{N}^*$. Calculer $\displaystyle\prod_{k=1}^{n}\left(\frac{\left(\mathrm{e}^{(k+1)^2}\right)^3}{\mathrm{e}^{3k^2}}\right)^{-2}$.
3. **Dérivation.**
   3.1 Soient $a\in\mathbb{R}_+^*\setminus\{1\}$ et $f : x\mapsto \frac{\log_a(3x-1)}{2}\sqrt{x-5}$. Déterminer le domaine de dérivabilité de f puis dériver f.
   3.2 Soient $a\in\mathbb{R}_+^*\setminus\{1\}$ et $f : x\mapsto \operatorname{ch}(2\log_a(\operatorname{sh}(2x)))$. Déterminer le domaine de dérivabilité de f puis dériver f.
   3.3 Soit $f : x\mapsto \arcsin\left(\frac{1}{1+x^2}\right)$. Déterminer le domaine de dérivabilité de f puis dériver f.
   3.4 Soient $a\in\mathbb{R}_+^*\setminus\{1\}$ et $f : x\mapsto \arctan(2\log_a(3x+4))$. Déterminer le domaine de dérivabilité de f puis dériver f.
   3.5 Soit $f : x\mapsto \frac{\arcsin(x)}{\arccos(x)}$. Déterminer le domaine de dérivabilité de f puis dériver f.

4. **Calcul de limite.**
   4.1 Calculer $\lim\limits_{\substack{x\to 0\\ x\neq 0}} (1-x)^{1/x}$.
   4.2 Calculer $\lim\limits_{\substack{x\to 0\\ x>0}} \dfrac{2\arccos(x^x-1)-\pi}{x^x-1}$.
   4.3 Calculer $\lim\limits_{\substack{x\to 0\\ x>0}} \dfrac{1-\cos\left(x^3\ln(x)\right)}{x^6\ln^2(x)}$.
   4.4 Calculer $\lim\limits_{x\to+\infty} \dfrac{\mathrm{e}^{3+\log_2(x)}}{\arctan(x)x^2}$.
   4.5 Calculer $\lim\limits_{x\to+\infty} \dfrac{\cos(x)}{\operatorname{sh}(x^3)}$
   4.6 Calculer $\lim\limits_{\substack{x\to 0\\ x>0}} \dfrac{\operatorname{ch}\left(\frac{1}{x}\right)}{\mathrm{e}^{\frac{1}{x^2}}}$.
5. **Equations.**
   5.1 Résoudre dans $\mathbb{R}$, $2^{x+1}+4^x=15$.
   5.2 Soit $a\in\mathbb{R}_+^*\setminus\{1\}$. Résoudre dans $\mathbb{R}$ $\log_a(x)=\log_x(a)$.
   5.3 Résoudre dans $\mathbb{R}$, $2^{x^2}=3^{x^3}$.
   5.4 Résoudre dans $\mathbb{R}$, l'équation $(\arcsin(x)-5)\arcsin(x)=-4$.
   5.5 Démontrer que l'équation $\arctan(x)+\arctan(x+1)=\frac{\pi}{4}$ admet au plus une solution et donner la valeur de l'unique réel possiblement solution.
   5.6 Démontrer que l'équation $\arcsin(x)+\arcsin\left(x\sqrt{3}\right)=\frac{\pi}{2}$ admet au plus une solution et donner la valeur de l'unique réel possiblement solution.
   5.7 Démontrer que l'équation $\arctan(3x)+\arctan(10x)=\frac{3\pi}{4}$ admet au plus une solution dans $\mathbb{R}$ et préciser l'unique valeur du réel possiblement solution.
   5.8 Résoudre dans $\mathbb{R}$ l'équation (E) : $\arctan(x)+\arctan(1-x)=\frac{\pi}{4}$.