



## Interrogation 7 d'entraînement Equations et géométrie complexes

### 1. Restituer le cours.

- 1.1 Énoncer la proposition retournant les racines carrées d'un complexe.
- 1.2 Donner les racines d'un trinôme. On veillera à bien définir toutes les quantités.
- 1.3 Énoncer la proposition reliant les coefficients d'un trinôme à ses racines.
- 1.4 Définir l'ensemble des racines  $n$ -ièmes de l'unité. Que dire du produit de deux racines  $n$ -ième de l'unité ? de l'inverse d'une racine  $n$ -ième de l'unité ? de son conjugué ?
- 1.5 Caractériser l'ensemble des racines  $n$ -ièmes de l'unité.
- 1.6 Définir  $j$ . Que vaut  $j^2$  ?  $j^3$  ?  $1 + j + j^2$  ?
- 1.7 Caractériser les racines  $n$ -ièmes de l'unité par une somme.
- 1.8 Énoncer la propriété donnant les racines  $n$ -ièmes d'un complexe quelconque.

### Révisions

- 1.9 Définir l'ensemble image et réciproque.
- 1.10 Caractériser par la valeur absolue le fait qu'une fonction soit bornée.
- 1.11 Définir une fonction continue en  $a$ , dérivable en  $a$ . Quel est le lien entre continuité et dérivabilité ?
- 1.12 Énoncer le théorème des valeurs intermédiaires.
- 1.13 Énoncer le théorème de la bijection.
- 1.14 Énoncer le théorème de dérivabilité de la fonction réciproque.

### 2. Racines carrées d'un complexe.

- 2.1 Résoudre dans  $\mathbb{C}$ ,  $z^2 = 16 - 30i$ .
- 2.2 Résoudre dans  $\mathbb{C}$ ,  $z^2 = 2 + i$ .
- 2.3 Résoudre dans  $\mathbb{C}$ ,  $z^2 = \frac{1+i}{\sqrt{3-i}}$ .
- 2.4 Résoudre dans  $\mathbb{C}$ ,  $z^2 = 3 - i$ .
- 2.5 Résoudre dans  $\mathbb{C}$ ,  $z^2 = e^{i\frac{2\pi}{9}} + e^{i\frac{4\pi}{9}}$ .

### 3. Racines $n$ -ièmes d'un complexe.

- 3.1 Résoudre dans  $\mathbb{C}$ ,  $z^7 + 1 = 0$ .
- 3.2 Résoudre dans  $\mathbb{C}$ ,  $z^3 = 4\sqrt{2}(-1 + i)$ .
- 3.3 Résoudre dans  $\mathbb{C}$ ,  $z^{11} = -5i$ .
- 3.4 Résoudre dans  $\mathbb{C}$ ,  $(z - i)^7 = (z + i)^7$ .
- 3.5 Résoudre dans  $\mathbb{C}$ ,  $(z + i)^4 = (z + 1)^4$ .

### 4. Equations complexes du second degré.

- 4.1 Résoudre dans  $\mathbb{C}$  l'équation  $z^2 - 5z + 7 + i = 0$ .
- 4.2 Résoudre dans  $\mathbb{C}$  l'équation  $z^2 - (1 + 2i)z + i - 1 = 0$ .
- 4.3 Résoudre dans  $\mathbb{C}$  l'équation  $z^4 + 4z^2 + 5 = 0$ .
- 4.4 Résoudre dans  $\mathbb{C}$  l'équation  $z^2 - (1 + 3i)z + 4 + 4i = 0$ .
- 4.5 Résoudre dans  $\mathbb{C}$  l'équation  $z^2 - 2(2 + i)z + 6 + 8i = 0$ .

### 5. Applications géométriques.

- 5.1 Soient  $A(1 + i)$ ,  $B(4 + 3i)$  et  $C(\frac{5}{2}i)$ . Montrer que  $ABC$  est rectangle en  $A$ .
- 5.2 Soient  $A(\sqrt{3} - i)$ ,  $B(2\sqrt{3})$  et  $C(1 + \sqrt{3} - i(1 + \sqrt{3}))$ . Montrer que  $ABC$  est rectangle en  $A$ .
- 5.3 Soit  $z \in \mathbb{U} \setminus \{1\}$ . Soient  $A((1 + i)z)$ ,  $B(1 + iz)$  et  $C(z - i)$ . Montrer que  $A$ ,  $B$  et  $C$  sont alignés.
- 5.4 Soit  $z \in \mathbb{U} \setminus \{-i\}$ . Soient  $A((1 + i)z)$ ,  $B(iz - i)$  et  $C(z - 1)$ . Montrer que  $A$ ,  $B$  et  $C$  sont alignés.
- 5.5 Soit  $f : z \mapsto z - 1 + 3i$ . A quelle transformation du plan correspond  $f$  ?
- 5.6 Soit  $f : z \mapsto iz + 1 - i$ . A quelle transformation du plan correspond  $f$  ?
- 5.7 Soit  $f : z \mapsto \frac{1-i}{2}z + \frac{-3+i}{2}$ . A quelle transformation du plan correspond  $f$  ?
- 5.8 Soit  $f : z \mapsto \frac{1+\sqrt{3}i}{2}z + i + \sqrt{3}$ . A quelle transformation du plan correspond  $f$  ?
- 5.9 Soit  $f : z \mapsto (1 + i)z$ . A quelle transformation du plan correspond  $f$  ?