

Exercice Automne 4

Fonctions usuelles et Calcul matriciel

Exercice 1

1. Soit $x \in \mathbb{R}$, (E) existe $\Leftrightarrow \begin{cases} x \geq -1 \\ x \leq 1 \\ 2x \geq -1 \\ 2x \leq 1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x \geq -\frac{1}{2} \\ x \leq \frac{1}{2} \end{cases} \checkmark$

D'où le domaine de définition de (E) qui est $[-\frac{1}{2}; \frac{1}{2}] \checkmark$

2. 1 est un minimum de la fonction $\arccos$. **Faux**
En effet $\forall x \in [-1; 1]$, $\arccos(x) \geq \arccos(1) = 0 \dots$

3. On a montré à la question 1 que si (E) existe alors $x \in [-\frac{1}{2}; \frac{1}{2}] \checkmark$

On $\forall x \in [-\frac{1}{2}; \frac{1}{2}]$, $\arccos(x) \geq 0$ **oui!**

De plus $\forall x \in [-\frac{1}{2}; 0]$, $\arcsin(2x) \leq 0 \checkmark$ et $\forall x \in [0; \frac{1}{2}]$, $\arcsin(2x) \geq 0 \checkmark$

Donc on en déduit que si x est solution de (E) alors $x \in [0; \frac{1}{2}]$ **B**

4. On remarque d'après les graphes des fonctions $x \mapsto \arccos(x)$
 $x \mapsto \arcsin(2x)$
que la fonction $\arccos$ est décroissante entre $[0; \frac{1}{2}]$ **Eg**

et que la fonction $\arcsin$ est croissante entre $[0; \frac{1}{2}]$

Faux il faut parler de continuité et évaluer :
Donc les graphes des fonctions admettent un point d'intersection **Eg**

Ainsi il existe une solution qui appartient à $[0; \frac{1}{2}]$ pour (E).

5. Soit $x \in [-\frac{1}{2}; \frac{1}{2}]$, $\arccos(x) = \arcsin(2x)$

On peut même restreindre le domaine d'étude de (E) en on sait
qu'on ne trouvera pas de valeur de x qui est solution de (E) sur $[-\frac{1}{2}; 0]$ **a**

Soit $x \in [0; \frac{1}{2}]$, $\arccos(x) = \arcsin(2x)$

NON!!!!
 $\Leftrightarrow \cos(\arccos(x)) = \cos(\arcsin(2x))$

$\Leftrightarrow \cos(\arccos(x)) = \sqrt{1 - \sin^2(\arcsin(2x))}$
A justifier!

On $x \in [0; \frac{1}{2}] \Leftrightarrow x = \sqrt{1 - 4x^2} \checkmark$

car $\Leftrightarrow x^2 = 1 - 4x^2$ car $\forall x \in [0; \frac{1}{2}]$, $1 - 4x^2 \geq 0$

$\Leftrightarrow x^2 = \frac{1}{5} \Leftrightarrow x = \frac{1}{\sqrt{5}}$ ou $x = -\frac{1}{\sqrt{5}}$

On $x \in [0; \frac{1}{2}]$ **oui**
Donc $y = \frac{1}{\sqrt{5}}$ **Bien.**

Exercice 2

Soient $A = \begin{pmatrix} 1 & 3 & 6 \\ -2 & 0 & -1 \\ 0 & 5 & 3 \end{pmatrix}$ et $B = \begin{pmatrix} 5 & 6 & 1 \\ -2 & 1 & -3 \\ 1 & 0 & -2 \end{pmatrix}$

On remarque que A et B sont des matrices de même taille.
donc le nombre de colonnes de A = nombre de lignes de B .

d'où

$$AB = \begin{pmatrix} 5 \times 1 + -2 \times 3 + 1 \times 6 & 3 & -8 \\ 5 \times -2 + -2 \times 0 + -1 \times 1 & 0 & 0 \\ 5 \times 0 + -2 \times 5 + 1 \times 3 & 5 & -21 \end{pmatrix}$$

$$AB = \begin{pmatrix} -1 & 3 & 8 \\ -11 & 0 & 0 \\ -7 & 5 & -21 \end{pmatrix}$$

aussi $BA = \begin{pmatrix} 5 & 6 & 1 \\ -2 & 1 & -3 \\ 1 & 0 & -2 \end{pmatrix} \times \begin{pmatrix} 1 & 3 & 6 \\ -2 & 0 & -1 \\ 0 & 5 & 3 \end{pmatrix}$

$$BA = \begin{pmatrix} 5 & 20 & 3 \\ -4 & -21 & -10 \\ 1 & -7 & -6 \end{pmatrix}$$

On remarque ainsi que $AB \neq BA$. Bien à en cadres.