

Fiche de révisions : logique et raisonnements

I Le cours

1. Énoncer les lois de Morgan.
2. Savoir distribuer $(P \text{ ET } Q) \text{ OU } R$ et $(P \text{ OU } Q) \text{ ET } R$
3. Définir une implication $P \Rightarrow Q$.
4. Donner la réciproque, négation et contraposée d'une implication $P \Rightarrow Q$.

II Les savoir-faire

1. Savoir énoncer en français une phrase mathématique et inversement.
2. Savoir nier une assertion et les quantificateurs.
3. Savoir faire un raisonnement par l'absurde.
4. Savoir faire une récurrence simple, double, forte.
5. Savoir faire un raisonnement par analyse-synthèse.

III Les erreurs à éviter

1. Les quantificateurs $\forall$ et $\exists$ ne permutent pas.
2. Ne pas confondre $\leq$ et $<$.
3. $a^2 = 9$ n'est pas équivalent à $a = 3$.
4. Une fonction qui n'est pas croissante ne signifie pas qu'elle soit décroissante.
5. Une fonction n'est pas soit paire soit impaire, elle peut être ni l'une ni l'autre.
6. Mal rédiger une récurrence :
 - Toujours définir l'assertion $\mathcal{P}(n)$ que l'on veut démontrer.
 - Ne jamais écrire $\mathcal{P}(n) : \ll \forall n \in \mathbb{N}, \dots \gg$. Le $\forall$ ne peut pas être à l'intérieur sinon $\mathcal{P}(n)$ n'est pas un prédicat en n .
 - L'hérédité commence toujours par *Soit* $n \in \dots$

IV Les réponses du cours

1. Soient P et Q deux assertions. On a

$$\overline{(P \text{ ET } Q)} \Leftrightarrow \overline{P} \text{ OU } \overline{Q} \quad \overline{Q(P \text{ OU } Q)} \Leftrightarrow \overline{P} \text{ ET } \overline{Q}$$

2. Soient P , Q et R trois assertions. On a

$$(P \text{ ET } Q) \text{ OU } R \Leftrightarrow (P \text{ OU } R) \text{ ET } (Q \text{ OU } R). \quad (P \text{ OU } Q) \text{ ET } R \Leftrightarrow (P \text{ ET } R) \text{ OU } (Q \text{ ET } R).$$

3. Soient P et Q deux assertions. L'implication $P \Rightarrow Q$ est définie par $P \text{ ET } \overline{Q}$.
4. Soient P et Q deux assertions.

- La réciproque de $P \Rightarrow Q$ est $Q \Rightarrow P$.
- Sa négation est $P \text{ ET } \overline{Q}$.
- Sa contraposée est $\overline{Q} \Rightarrow \overline{P}$.

On rappelle que la contraposée est équivalente à l'implication.