

Colle du 11/12 - Sujet 1
Equations différentielles d'ordre 2 et calcul dans \mathbb{R}

Question de cours. Déterminer l'ensemble des intervalles non vides, non réduits à un singleton et bornés de \mathbb{R} .

Exercice 1. Résoudre sur $I =]-1; 1[$ l'équation différentielle suivante :

$$(E) \quad (1 - x^2)^2 y''(x) - xy'(x) - 2y(x) = 0.$$

On pourra poser $t = \arcsin(x)$.

Exercice 2. Soit $m \in \mathbb{R}$. Suivant les valeurs de m , déterminer l'ensemble solution de l'équation suivante d'inconnue $x \in \mathbb{R}$,

$$\sqrt{x} + \sqrt{x+1} = m.$$

Colle du 11/12 - Sujet 2
Equations différentielles d'ordre 2 et calcul dans \mathbb{R}

Question de cours. Montrer que toute partie non vide et minorée de \mathbb{Z} admet un minimum.

Exercice 1. Résoudre dans \mathbb{R} l'équation $(E) : y'' - 3y' + 2y = x \operatorname{sh}(x)$.

Exercice 2. Soit $\alpha \in]0; 1[$. Montrer que

$$|x| < \alpha \quad \Rightarrow \quad \left| \frac{x^2 + 3x + 5}{x + 5} - 1 \right| < \alpha.$$

Colle du 11/12 - Sujet 3
Equations différentielles d'ordre 2 et calcul dans \mathbb{R}

Question de cours. Démonstration d'un lemme sur l'ensemble des solutions complexes d'une équation différentielle homogène d'ordre 2 (méthode d'abaissement du degré dans le cas constant et homogène).

Exercice 1. Simplifier l'expression suivante :

$$A = \sqrt{(a+1)^2 - 4a} + \sqrt{(a-1)^2 + 4a}.$$

Exercice 2. Résoudre sur \mathbb{R} l'équation différentielle suivante :

$$(E) \quad (1 + x^2)^2 y''(x) + 2x(1 + x^2) y'(x) + 4y(x) = 0.$$

On pourra poser $t = \arctan(x)$.