Interrogation 01
Logique et raisonnement

Nom/Prénom :

Note :

1. Compléter le plus précisément possible avec les symboles $\Rightarrow$, $\Leftarrow$, $\Leftrightarrow$ ou $\times$ (lorsqu'aucun des précédents symboles ne fonctionne) les phrases suivantes. Soient $(u,v) \in \mathbb{R}^2$, $(a,b) \in (\mathbb{R}^*)^2$ et $f \in \mathscr{F}(\mathbb{R},\mathbb{R})$.

1.1	$(\mathrm{e}^u \geqslant \mathrm{e}^v)$	.....	$(u \geqslant v \geqslant 0)$.
1.2	$\left(\frac{1}{a} \geqslant \frac{1}{b}\right)$	.....	$(a \leqslant b)$
1.3	(f est strictement croissante sur $\mathbb{R}$)	.....	$(\exists y \in \mathbb{R},\ \forall x \in \mathbb{R},\quad (x < y) \ \Rightarrow\ (f(x) < f(y)))$.
1.4	$(\ln(\lvert x \rvert) \geqslant 0)$	.....	$((x \geqslant 1)$ OU $(x \leqslant -1))$.

2. Soient $f \in \mathscr{F}(\mathbb{R},\mathbb{R})$ une fonction définie sur $\mathbb{R}$ et $a \in \mathbb{R}$ un réel. Enoncer la réciproque, la contraposée et la négation de l'implication suivante :

$$(\exists x \in \mathbb{R},\ \exists y \in \mathbb{R},\quad f(x) \leqslant a \leqslant f(y)) \ \Rightarrow\ (\exists t \in \mathbb{R},\ f(t) = a)\,.$$

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

3. Soient $f \in \mathscr{F}(\mathbb{R},\mathbb{R})$. Ecrire en une assertion mathématique le fait que la fonction f est constante sur les entiers relatifs, puis nier cette assertion.

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

4. Soit $(u_n)_{n\in\mathbb{N}}$ la suite définie par $u_0 = 2$, $u_1 = 2$ et pour tout $n \in \mathbb{N}$, $u_{n+2} = 2u_{n+1} + 3u_n$. Démontrer par récurrence que pour tout $n \in \mathbb{N}$, $u_n = 3^n + (-1)^n$.

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

5. Déterminer l'ensemble des réels $x \in \mathbb{R}$ tels que $\sqrt{x^2+1} = x - 1$.

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....