

Interrogation 16

Continuité, dérivabilité

Nom/Prénom :

Note :

1. (a) Énoncer la caractérisation séquentielle de la limite.

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

- (b) Énoncer l'identité des accroissements finis.

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

- (c) Donner la définition d'une partie majorée, minorée, bornée.

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

2. (a) Soit $f \in \mathcal{F}(\mathbb{R}^*, \mathbb{R})$. Énoncer la définition rigoureuse de « la fonction f est prolongeable par continuité en 0. » On détaillera la définition de la limite qui apparaît.

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

- (b) Montrer que $\lfloor x \rfloor \underset{x \rightarrow +\infty}{\sim} x$.

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

3. Montrer que la fonction $f : x \mapsto \frac{1}{x}$ est 1-lipschitzienne sur $[1; +\infty[$.

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

4. Montrer que $f : x \mapsto \begin{cases} \frac{\arctan(x)}{x} & \text{si } x \neq 0 \\ 1 & \text{si } x = 0 \end{cases}$ est \mathcal{C}^1 sur \mathbb{R} et préciser $f'(0)$.

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

5. Déterminer un développement limité à l'ordre 4 en 0 de la fonction $f : x \mapsto \frac{\cos(x)}{e^x + \ln(1-x)}$.

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....